



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

www.cemc.uwaterloo.ca

Concours Fermat

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 24 février 2011

UNIVERSITY OF
WATERLOO

WATERLOO
MATHEMATICS

Great-West
CORPORATION  ASSURANCE-VIE



 Canada-Vie[®]

LA PARFAITE ALLIANCE COMMUNAUTAIRE^{MC}

Canadian
Institute of
Actuaries  Institut
canadien
des actuaires

Deloitte.


Maplesoft[™]
Mathematics • Modeling • Simulation

Durée : 60 minutes ©2010 Centre d'éducation en mathématiques et en informatique

L'usage de la calculatrice est permis.

Directives

1. Attendez le signal du surveillant ou de la surveillante avant d'ouvrir le cahier.
2. Il est permis d'utiliser du papier brouillon, ainsi qu'une règle et un compas.
3. Assurez-vous de bien comprendre le système de codage des feuilles-réponses. Au besoin, demandez à l'enseignante ou à l'enseignant d'apporter des précisions. Il faut coder avec un crayon à mine, préférablement un crayon HB. Il faut bien remplir les cercles.
4. Dans la case dans le coin supérieur gauche de la feuille-réponse, écrivez en lettres moulées le nom de votre école, le nom de la ville et celui de la province.
5. **Sur la feuille-réponse, assurez-vous de bien coder votre nom, votre âge, votre sexe, votre année scolaire et le concours que vous passez. Seuls ceux qui le font pourront être considérés candidats officiels.**
6. Le concours est composé de questions à choix multiple. Chaque question est suivie de cinq choix de réponse, notés **A**, **B**, **C**, **D** et **E**, dont un seul est juste. Une fois le choix établi, remplissez le cercle approprié sur la feuille-réponse.
7. Notation: Chaque réponse juste vaut 5 points dans la partie A, 6 points dans la partie B et 8 points dans la partie C.
Une réponse fautive n'est *pas* pénalisée.
Chaque question laissée sans réponse vaut 2 points, jusqu'à un maximum de 10 questions.
8. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui visuel seulement.
9. Après le signal du surveillant ou de la surveillante, vous aurez 60 minutes pour terminer.

Le nom de quelques-uns des candidats ayant obtenu les meilleurs résultats sera publié sur notre site web à <http://www.cemc.uwaterloo.ca>.

Notation: Une réponse fautive *n'est pas pénalisée*.

On accorde 2 points par question laissée sans réponse, jusqu'à un maximum de 10 questions.

Partie A (5 points par bonne réponse)

1. Quelle est la valeur de $\frac{2 + 3 \times 6}{23 + 6}$?

- (A) 1 (B) $\frac{11}{29}$ (C) $\frac{36}{29}$ (D) $\frac{20}{29}$ (E) $\frac{5}{23}$

2. Si $y = 77$, quelle est la valeur de $\frac{7y + 77}{77}$?

- (A) 8 (B) 12 (C) 78 (D) 84 (E) 540

3. Le rectangle ci-contre a une aire de 192. Quel est le périmètre du rectangle ?

- (A) 64 (B) 384 (C) 192
(D) 1728 (E) 32

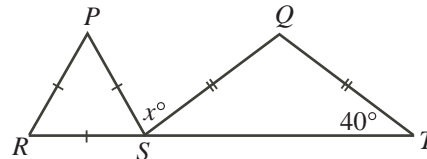


4. Si $\sqrt{n + 9} = 25$, quelle est la valeur de n ?

- (A) 256 (B) -4 (C) 484 (D) 616 (E) 16

5. Dans la figure ci-contre, le point S est situé sur le segment RT , $\angle QTS = 40^\circ$, $QS = QT$ et le triangle PRS est équilatéral. Quelle est la valeur de x ?

- (A) 50 (B) 60 (C) 80
(D) 90 (E) 100



6. Lorsqu'on additionne trois entiers consécutifs, on obtient un total de 27. Lorsqu'on multiplie les trois mêmes entiers, on obtient un produit de :

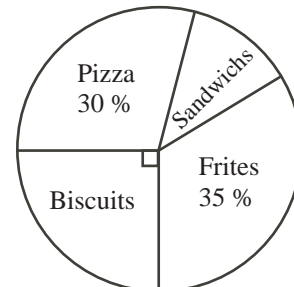
- (A) 504 (B) 81 (C) 720 (D) 729 (E) 990

7. Quel nombre est à mi-chemin entre $\frac{1}{12}$ et $\frac{1}{10}$?

- (A) $\frac{1}{11}$ (B) $\frac{1}{120}$ (C) $\frac{11}{60}$ (D) $\frac{11}{120}$ (E) $\frac{1}{22}$

8. Le conseil des élèves de l'école secondaire Fermat a mené un sondage pour connaître la nourriture préférée des élèves à la cafétéria. Le diagramme circulaire ci-contre représente les résultats du sondage. Parmi les 200 élèves qui ont participé au sondage, combien préfèrent les sandwiches ?

- (A) 10 (B) 20 (C) 35
(D) 50 (E) 70

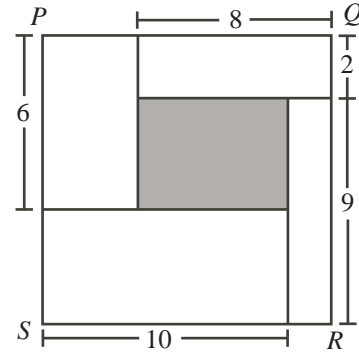


9. L'ensemble $S = \{1, 2, 3, \dots, 49, 50\}$ contient les 50 premiers entiers strictement positifs. Lorsqu'on a enlevé les multiples de 2 et les multiples de 3, combien reste-t-il d'entiers dans l'ensemble S ?

(A) 8 (B) 9 (C) 16 (D) 17 (E) 18

10. Dans la figure ci-contre, $PQRS$ est un carré. On voit que le carré $PQRS$ est divisé en cinq rectangles. Quelle est l'aire du rectangle ombré?

(A) 49 (B) 28 (C) 22
(D) 57 (E) 16



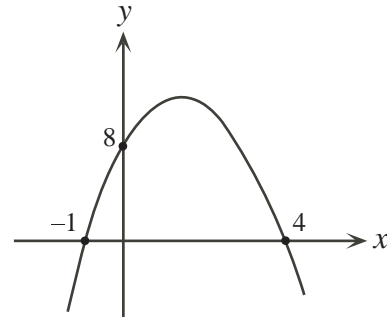
Partie B (6 points par bonne réponse)

11. Un appareil distribue des boules de gomme, une à la fois, en les choisissant au hasard. Il contient 13 boules rouges, 5 boules bleues, 1 boule noire et 9 boules vertes. Quel est le nombre minimum de boules de gomme que Xavier doit acheter pour *s'assurer* qu'il aura reçu 3 boules de la même couleur?

(A) 6 (B) 9 (C) 4 (D) 7 (E) 8

12. Dans la figure ci-contre, la parabole a des abscisses à l'origine de -1 et 4 et une ordonnée à l'origine de 8 . Sachant que la parabole passe au point $(3, w)$, quelle est la valeur de w ?

(A) 4 (B) 5 (C) 6
(D) 7 (E) 8



13. Xavier, Yolande et Zinedine ont un total de 50 \$. Le rapport de la quantité d'argent de Xavier à la quantité totale de Yolande et de Zinedine est de $3 : 2$. Yolande a 4 \$ de plus que Zinedine. Combien d'argent Zinedine a-t-il?

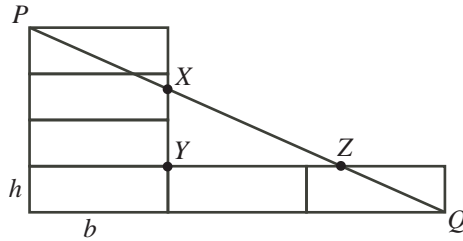
(A) 16 \$ (B) 8 \$ (C) 14 \$ (D) 13 \$ (E) 30 \$

14. Laquelle des expressions suivantes *doit* donner un entier pair?

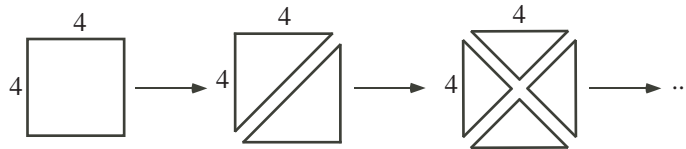
(A) La moyenne de deux entiers pairs
(B) La moyenne de deux nombres premiers
(C) La moyenne de deux carrés parfaits
(D) La moyenne de two multiples de 4
(E) La moyenne de trois entiers consécutifs

15. Si m et n sont deux entiers consécutifs strictement positifs et si $n^2 - m^2 > 20$, quelle est la valeur minimale possible de l'expression $n^2 + m^2$?
- (A) 29 (B) 181 (C) 265 (D) 23 (E) 221

16. Six rectangles identiques ayant pour hauteur h et pour base b sont placés comme dans la figure ci-contre. Le segment de droite PQ coupe le côté vertical d'un rectangle au point X et le côté horizontal d'un autre rectangle au point Z . Sachant que le triangle rectangle XYZ est tel que $YZ = 2XY$, quelle est la valeur de $\frac{h}{b}$?

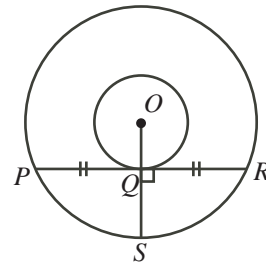


- (A) $\frac{2}{3}$ (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{3}{8}$
 (D) $\frac{1}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$
17. Si $3^{2x} = 64$, quelle est la valeur de 3^{-x} ?
- (A) -32 (B) -8 (C) $\frac{1}{4096}$ (D) $\frac{1}{32}$ (E) $\frac{1}{8}$
18. Un morceau de papier de forme carrée mesure 4 sur 4. Le papier est coupé le long d'une diagonale pour former deux morceaux identiques. Chacun des deux nouveaux morceaux de papier identiques est coupé en deux morceaux identiques.



Chacun des quatre nouveaux morceaux de papier identiques est coupé en deux morceaux identiques. Chacun des huit nouveaux morceaux de papier identiques est coupé en deux morceaux identiques. Quelle est la longueur du plus grand des côtés d'un de ces seize derniers morceaux de papier ?

- (A) 1 (B) 2 (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (E) $2\sqrt{2}$
19. Dans la figure ci-contre, deux cercles ont pour centre O . Le point S est situé sur le grand cercle. Le point Q est le point d'intersection de OS et du petit cercle. Le segment de droite PR est une corde du grand cercle qui touche (c.-à-d. qui est tangent) au petit cercle au point Q . On remarque que OS est la médiatrice de PR . Sachant que $PR = 12$ et $QS = 4$, quel est le rayon du grand cercle ?
- (A) 6,0 (B) 5,0 (C) 6,5
 (D) 7,2 (E) 20,0



20. Trois nombres, a , b et c , ont une somme de 114 et un produit de 46 656. Sachant que $b = ar$ et que $c = ar^2$, r étant un nombre réel quelconque, quelle est la valeur de $a + c$?
- (A) 78 (B) 76 (C) 24 (D) 54 (E) 36

Partie C (8 points par bonne réponse)

21. On place les entiers strictement positifs en ordre croissant dans un tableau de forme triangulaire, comme dans le tableau ci-contre. Chaque rangée contient un nombre de plus que la rangée précédente. Quelle est la somme des nombres de la rangée qui contient le nombre 400 ?
- | | | | | | |
|----|----|-----|---|---|----|
| | | | 1 | | |
| | | 2 | | 3 | |
| | 4 | | 5 | | 6 |
| 7 | | 8 | | 9 | 10 |
| 11 | 12 | ... | | | |
- (A) 10 990 (B) 12 209 (C) 9855
(D) 10 976 (E) 11 368

22. Combien y a-t-il de couples (p, q) d'entiers strictement positifs, tels que $p + q \leq 100$, qui vérifient l'équation $\frac{p + q^{-1}}{p^{-1} + q} = 17$?

(A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 4 (E) 5

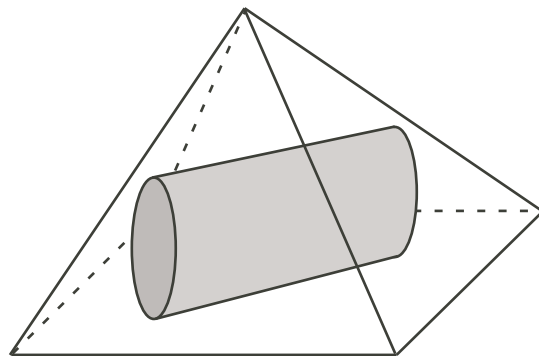
23. Ariane, Diane et Éliane peuvent chacune marcher à une vitesse de 6 km/h. Un maximum de deux personnes peut prendre place sur leur motocyclette. La moto peut se déplacer à une vitesse de 90 km/h (et elle ne peut se déplacer d'elle-même!). Soit t le nombre d'heures que les trois amies prennent pour atteindre le point d'arrivée à 135 km du point de départ. Si on omet le temps requis pour partir, s'arrêter ou changer de direction, que peut-on dire au sujet de la plus petite valeur possible de t ?

(A) $t < 3,9$ (B) $3,9 \leq t < 4,1$ (C) $4,1 \leq t < 4,3$
(D) $4,3 \leq t < 4,5$ (E) $t \geq 4,5$

24. Quatre nombres w, x, y et z , sont tels que $w < x < y < z$. Chacune des six paires possibles de nombres distincts a une somme différente. Les quatre plus petites sommes sont 1, 2, 3 et 4. Quelle est la somme de toutes les valeurs possibles de z ?

(A) 4 (B) $\frac{13}{2}$ (C) $\frac{17}{2}$ (D) $\frac{15}{2}$ (E) 7

25. Une pyramide a une base carrée mesurant 20 sur 20. Un cylindre droit a une longueur de 10 et sa base circulaire a un diamètre de 10. Le cylindre repose à l'horizontale, complètement à l'intérieur de la pyramide. L'axe central du cylindre est parallèle à une diagonale de la base de la pyramide et il est directement au-dessus de la diagonale. Le milieu de l'axe central est directement au-dessus du centre de la base carrée de la pyramide.



La plus petite hauteur possible de la pyramide est plus près de :

(A) 15,3 (B) 22,1 (C) 21,9 (D) 21,7 (E) 15,5



Le CENTRE d'ÉDUCATION en MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Fermat de 2011!

En 2010, plus de 81 000 élèves à travers le monde se sont inscrits aux concours Pascal, Cayley et Fermat.

Encouragez votre enseignant à vous inscrire au concours Hypatie qui aura lieu le 13 avril 2011.

Visitez notre site Web pour :

- plus d'information à propos du concours Hypatie;
- des copies gratuites des concours précédents;
- des ateliers pour vous aider à vous préparer aux concours futurs;
- de l'information au sujet de nos publications qui visent l'enrichissement en mathématiques et la préparation aux concours.

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web pour :

- inscrire vos élèves aux concours Fryer, Galois et Hypatie qui auront lieu le 13 avril 2011;
- vous renseigner sur des ateliers et des ressources disponibles pour les enseignants;
- trouver les résultats de votre école.

www.cemc.uwaterloo.ca