



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

#### El Ascensor

#### Problema

Hay seis personas en un ascensor. La suma de sus seis edades es 190 y la mediana de sus edades es 22. De menor a mayor, los nombres de las personas en el ascensor son Alberto, Bruno, Carlos, Daniela, Ema y Fernando.

El ascensor se detiene y Alberto y Ema se bajan. Entonces, la edad media (promedio) de las cuatro personas restantes en el ascensor es 30. Luego, el ascensor se detiene nuevamente y Bruno y Carlos se bajan. Entonces, la edad media de las dos personas restantes en el ascensor es 40.

Si Alberto tiene 18 años y la edad de cada persona es un número entero positivo diferente, ¿cuántos años tiene Fernando?

#### Solución

Sean  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ ,  $E$  y  $F$  las edades de Alberto, Bruno, Carlos, Daniela, Ema y Fernando, respectivamente.

Dado que la suma de las seis edades es 190, se sigue que  $A + B + C + D + E + F = 190$ .

Después de que Alberto y Ema bajan del ascensor, la edad media de las cuatro personas restantes es 30. De este modo,

$$\frac{B + C + D + F}{4} = 30$$
$$B + C + D + F = 120$$

Así, después de que Alberto y Ema se van, la suma de las edades de las personas en el ascensor se reduce en  $190 - 120 = 70$ . Se sigue que  $A + E = 70$ .

Después de que Bruno y Carlos bajan del ascensor, la edad media de las dos personas restantes es 40. De este modo,

$$\frac{D + F}{2} = 40$$
$$D + F = 80$$

Así, después de que Bruno y Carlos se fueran, la suma de las edades de las personas en el ascensor se redujo en  $120 - 80 = 40$ . Se sigue que  $B + C = 40$ .

Nos dicen que Alberto tiene 18 años, entonces  $A = 18$ . Como  $A + E = 70$ , se sigue que  $E = 70 - 18 = 52$ .

Dado que hay seis personas en total, la mediana de la edad es la mitad de la suma de las dos edades en las posiciones intermedias cuando se organizan en orden creciente. Así, la mediana es la mitad de la suma de  $C$  y  $D$ . Dado que cada edad es un número entero positivo diferente,  $C$  debe ser menor que la mediana. Así,  $C < 22$ . Dado que  $B + C = 40$  y  $B < C$ , la única posibilidad es  $C = 21$  y  $B = 19$ .

Sabemos que  $C = 21$ , y la mediana es la mitad de la suma de  $C$  y  $D$ . Como la mediana es 22, podemos concluir que  $D = 23$ . Entonces, como  $D + F = 80$ , se sigue que  $F = 80 - 23 = 57$ . Así, Fernando tiene 57 años.