



Problème de la semaine

Problème D

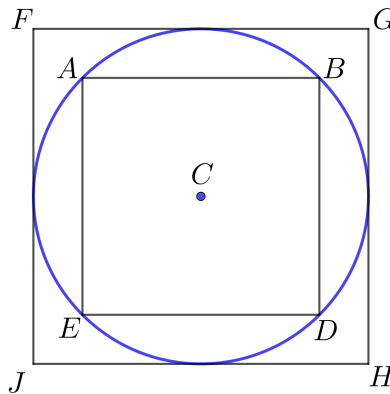
Carrés de Pi

Le jour de Pi est une célébration annuelle de la constante mathématique π . Le jour de Pi est célébré le 14 mars, car 3, 1 et 4 sont les trois premiers chiffres significatifs de π .

Archimède a déterminé des bornes inférieures pour π en trouvant les périmètres des polygones réguliers inscrits dans un cercle de diamètre 1. (Les sommets d'un polygone inscrit dans un cercle sont tous situés sur le cercle.) Il a également déterminé des bornes supérieures pour π en trouvant les périmètres des polygones réguliers circonscrits à un cercle de diamètre 1. (Un polygone circonscriptible est un polygone possédant un cercle inscrit, soit un cercle tangent à tous ces côtés. Autrement dit, chaque côté du polygone touche le cercle en un point.)

Dans ce problème, on va déterminer une borne inférieure pour π et une borne supérieure pour π en considérant un carré inscrit dans un cercle de diamètre 1 et un carré circonscrit à un cercle de diamètre 1.

Considérons un cercle de centre C et de diamètre 1. Puisque le cercle a un diamètre de 1, sa circonférence est égale à π . Considérons maintenant le carré inscrit $ABDE$ et le carré circonscrit $FGHJ$.



Le périmètre du carré $ABDE$ est inférieur à la circonférence du cercle, π , ce qui nous permet d'obtenir une borne inférieure pour la valeur de π . Le périmètre du carré $FGHJ$ est supérieur à la circonférence du cercle, π , ce qui nous permet d'obtenir une borne supérieure pour la valeur de π .

En utilisant ces carrés, détermine une borne inférieure et une borne supérieure pour π .

NOTE: Pour ce problème, les renseignements suivants peuvent s'avérer utiles:

1. Pour un cercle de centre C , les diagonales d'un carré inscrit se coupent à angle droit en C .
2. Pour un cercle de centre C , les diagonales d'un carré circonscrit se coupent à angle droit en C .
3. Si une droite est tangente à un cercle, alors cette droite est perpendiculaire au rayon qui relie le centre du cercle et le point de tangence.

