



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Concours Hypatie

(11^e année – Sec. V)

le jeudi 4 avril 2024

(Amérique du Nord et Amérique du Sud)

le vendredi 5 avril 2024

(Hors de l'Amérique du Nord et de l'Amérique du Sud)



UNIVERSITY OF
WATERLOO

Durée : 75 minutes

©2024 University of Waterloo

Ne pas ouvrir ce cahier avant le signal.

Nombre de questions : 4

Chaque question vaut 10 points.

Les dispositifs de calcul sont permis, pourvu qu'ils ne soient pas munis de n'importe quelle des caractéristiques suivantes: (i) l'accès à l'Internet, (ii) la capacité de communiquer avec d'autres dispositifs, (iii) des données stockées au préalable par les étudiants (telles que des formules, des programmes, des notes, et cetera), (iv) un logiciel de calculs formels algébriques, (v) un logiciel de géométrie dynamique.

Les parties d'une question peuvent être de deux sortes :

1. **À RÉPONSE COURTE** indiquées comme ceci : 
 - Chacune vaut 2 ou 3 points.
 - Une bonne réponse placée dans la case appropriée reçoit le maximum de points.
 - **Du travail pertinent** placé dans l'espace approprié reçoit **une partie des points**.
2. **À DÉVELOPPEMENT** indiquées comme ceci : 
 - Elles valent le reste des 10 points attribués à la question.
 - La solution **doit être placée à l'endroit approprié** dans le cahier-réponse.
 - Des points sont attribués pour le style, la clarté et l'état complet de la solution.
 - Une solution correcte, mais mal présentée, ne méritera pas le maximum de points.

ÉCRIRE TOUTES LES RÉPONSES DANS LE CAHIER-RÉPONSE FOURNI.

- La surveillante ou le surveillant fournira du papier supplémentaire au besoin. Insérer ce papier dans le cahier-réponse. Écrire son nom, le nom de son école et le numéro du problème sur chaque feuille.
- Exprimer les réponses sous forme de nombres exacts simplifiés, sauf indication contraire. Par exemple, $\pi + 1$ et $1 - \sqrt{2}$ sont des nombres exacts simplifiés.

Ne pas discuter en ligne des problèmes ou des solutions de ce concours dans les prochaines 48 h.

Les élèves qui ont obtenu le plus grand nombre de points verront leur nom, le nom et l'endroit de leur école, et leur niveau scolaire, dans une liste publiée sur le site Web du CEMI au cemc.uwaterloo.ca. Ces données peuvent être partagées avec d'autres organisations de mathématiques pour reconnaître le succès des élèves.

NOTE :

1. Bien lire les directives sur la page couverture de ce cahier.
2. Écrire toutes les réponses dans le cahier-réponse fourni à cet effet.
3. Pour une question accompagnée de  , placer la réponse dans la case appropriée du cahier-réponse et **montrer son travail**.
4. Pour une question accompagnée de  , fournir une solution bien rédigée dans le cahier-réponse. Utiliser des énoncés mathématiques et des mots pour expliquer toutes les étapes de sa solution. Utiliser une feuille de papier à part comme brouillon avant de rédiger la solution au propre.
5. Les figures *ne sont pas* dessinées à l'échelle. Elles servent d'appui à l'énoncé.
6. Bien qu'une calculatrice puisse être utilisée pour des calculs numériques, les autres étapes d'une solution doivent être présentées et justifiées. Des points peuvent être attribués pour ces aspects. Par exemple, certaines calculatrices peuvent obtenir les abscisses à l'origine de la courbe définie par $y = x^3 - x$, mais il faut montrer les étapes algébriques utilisées pour obtenir ces nombres. Il ne suffit pas d'écrire les nombres sans explications.
7. Vous ne pouvez pas participer la même année à plus d'un des concours Fryer, Galois ou Hypatie.

1. Chez Radford Automobiles, 4050 camions ont été vendus. Sur les 4050 camions qui ont été vendus, 32 % étaient blancs, 24 % étaient gris et 44 % étaient noirs.



(a) Combien de camions blancs ont été vendus ?



(b) Si $\frac{1}{4}$ des camions gris vendus étaient électriques, combien de camions vendus étaient à la fois gris et électriques ?



(c) En plus des 4050 camions vendus, il y avait k camions invendus, tous noirs. Au total, 46 % de tous les camions, vendus et invendus, étaient noirs. Déterminer la valeur de k .

2. Pour un entier strictement positif de 3 chiffres n , $f(n)$ est égal à la somme de n et des chiffres de n . Par exemple, $f(351) = 351 + 3 + 5 + 1 = 360$.

Remarque : Le développement décimal du nombre de 3 chiffres abc est $a \cdot 10^2 + b \cdot 10 + c$. Par exemple, $836 = 8 \cdot 10^2 + 3 \cdot 10 + 6$.



(a) Quelle est la valeur de $f(132)$?



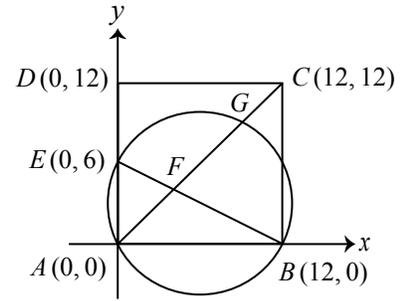
(b) Si $f(n) = 175$, quelle est la valeur de n ?



(c) Si $f(n) = 204$, déterminer toutes les valeurs possibles de n .

3. Dans la figure ci-contre, $ABCD$ est un carré ayant des côtés de longueur 12. Le milieu de AD est E et BE coupe AC en F . Un cercle de diamètre BE passe par le point A et coupe AC en G .

Remarque : Un cercle de centre (h, k) et de rayon r a pour équation $(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$.



(a) Quelles sont les coordonnées de F ?



(b) Quelle est l'aire du triangle AEF ?



(c) Déterminer l'aire du quadrilatère $GDEF$.

4. Un *nombre Hewitt* est un nombre qui est égal à la somme des cubes de trois entiers strictement positifs consécutifs. Le plus petit nombre Hewitt est $1^3 + 2^3 + 3^3 = 36$.



(a) Combien y a-t-il de nombres Hewitt entre 10 000 et 100 000 qui sont divisibles par 10 ?



(b) Parmi les 2024 nombres Hewitt les plus petits, déterminer combien sont divisibles par 216.



(c) On considère la proposition suivante :

Il existe deux nombres Hewitt distincts dont la somme est égale à $9 \cdot 2^k$, k étant un entier strictement positif.

Démontrer la véracité de cette proposition en trouvant deux tels nombres Hewitt ou réfuter la proposition en démontrant qu'il ne peut y avoir deux tels nombres Hewitt.



Le CENTRE d'ÉDUCATION en
MATHÉMATIQUES et en INFORMATIQUE
cemc.uwaterloo.ca

Pour les élèves...

Merci d'avoir participé au concours Hypatie de 2024! Chaque année, plus de 260 000 élèves, provenant de 80 pays, s'inscrivent aux concours du CEMI. Encouragez votre enseignant à vous inscrire au Concours canadien de mathématiques de niveau intermédiaire ou au Concours canadien de mathématiques de niveau supérieur qui aura lieu en novembre 2024.

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- des copies gratuites des concours précédents
- des vidéos et du matériel provenant des Cercles de mathématiques pour approfondir vos connaissances des mathématiques et vous préparer pour des concours à venir
- des renseignements sur les carrières et les applications des mathématiques et de l'informatique

Pour les enseignants...

Visitez notre site Web au cemc.uwaterloo.ca pour :

- obtenir des renseignements au sujet des concours de 2024/2025
- inscrire vos élèves aux Concours canadiens de mathématiques de niveau intermédiaire et supérieur qui auront lieu en novembre
- jeter un coup d'oeil sur nos cours gratuits en ligne pour les élèves de 11^e et 12^e année
- utiliser notre générateur de séries de problèmes gratuit pour créer des séries de problèmes afin de soutenir et d'enrichir le programme scolaire; veuillez noter que cette ressource n'est disponible qu'en anglais
- vous renseigner sur nos ateliers en face-à-face et nos ressources en ligne
- vous inscrire à notre Problème de la semaine en ligne
- vous renseigner sur notre programme de Maîtrise en mathématiques pour enseignants
- trouver les résultats de vos élèves dans les concours