



Le CEMI à la maison

4e, 5e, 6e année - le lundi 6 avril 2020

Quel nombre as-tu ?

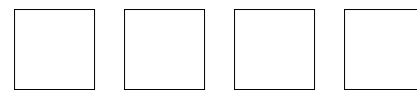
Tu auras besoin de :

- Au moins deux joueur(-euse)s
- Un feuille de papier et un crayon pour chaque joueur(euse)
- Au moins une paire de dés.



Comment jouer :

1. Chaque joueur(-euse) dessine quatre carrés sur sa feuille.
2. Les joueur(-euse)s lancent une paire de dés à tour de rôle.
3. À ton tour, lance les deux dés et annonce la somme des chiffres obtenue.
4. Chaque joueur(-euse) place ensuite le chiffre à la position des unités de cette somme dans l'une des cases vides sur sa feuille.



Par exemple, si le résultat du lancer est,

$$\begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} + \begin{array}{|c|c|} \hline \bullet & \bullet \\ \hline \bullet & \bullet \\ \hline \end{array} = 12$$

Alors chaque joueur(-euse) inscrit un «2» dans l'une des cases vides sur leur feuille. S'il reste plus d'une case vide, alors il ou elle a le choix de la case où inscrire le «2».

5. Continuez à alterner les tours jusqu'à ce que toutes les cases soient remplies.
S'il y a deux joueur(-euse)s, alors chacun(e) lance les dés deux fois.
6. Chaque joueur(-euse) termine avec un nombre à quatre chiffres. Le ou la gagnant(e) du jeu est celui ou celle ayant le plus grand nombre à quatre chiffres. (Il est possible que le jeu se termine en match nul.)

Jouez à ce jeu plusieurs fois et réfléchissez aux questions suivantes.

1. Quel est le plus petit chiffre à la position des unités de la somme que vous puissiez obtenir à votre tour ? Quel est le plus grand chiffre possible que vous puissiez obtenir ?
2. Si vous obtenez un petit chiffre comme unité, dans quelle case devez-vous l'inscrire ? Pourquoi ?
3. Si vous obtenez un grand chiffre comme unité, dans quelle case devez-vous l'inscrire ? Pourquoi ?
4. Quels sont les chiffres des unités les moins probables dans ce jeu ? Quels sont les chiffres des unités les plus probables dans ce jeu ?

Varations :

- A. Essayez le même jeu mais avec trois cases, puis avec cinq cases.
- B. Essayez le même jeu mais au lieu de la somme, prenez le chiffre des unités du produit des deux nombres obtenus au lancer de dés. En quoi cela change-t-il les réponses aux questions précédentes ?

Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison mardi, le 14 avril pour les réponses à ces questions.



CEMC at Home

Grade 4/5/6 - Monday, April 6, 2020 How Great Is Your Number? - Solution

Play the game a number of times and think about the following questions.

1. What is the least possible ones digit of the sum that you could get on your turn? What is the greatest possible ones digit you could get?

Solution: The least possible ones digit is 0. This comes from a sum of 10, which happens if you roll a pair of fives, or a six on one die and a four on the other.

The greatest possible ones digit is 9. This comes from a sum of 9, which happens if you roll a six on one die and a three on the other, or a five on one die and a four on another.

2. If you get a small ones digit, in which square should you place it? Why?

Solution: For the four-digit number, the four squares from left to right are the thousands, hundreds, tens, and ones digit, respectively. Since the winner is the player with the greatest four-digit number, small digits should be placed as far as possible to the right. For example, if a digit of 1 comes up, it would make sense to place the digit 1 in an empty square that is farthest to the right.

How should you deal with a ones digit of 0 if it comes up? How should you deal with numbers that are smaller than average, but not as small as 1 (for example 3 or 4)?

3. If you get a large ones digit, in which square should you place it? Why?

Solution: Large digits should be placed as far as possible to the left. For example, if a digit of 9 comes up, it would make sense to place the digit 9 in an empty square that is farthest to the left.

How should you deal with digits that are larger than average, but not as large as 9? If a ones digit of 6 or 7 comes up first, then where should you place it? You might decide to place the digit 7 in the leftmost square, and then have a ones digit of 9 come up next!

4. Which are the least likely ones digits to occur in this game? Which are the most likely ones digits to occur in this game?

Solution: Label the two dice “Die #1” and “Die #2”. There are 36 possible possible rolls and the chances of getting each of these rolls is the same. Below is a table showing the sum of the two dice in each of the 36 possible rolls.

		Die #1					
		1	2	3	4	5	6
Die #2	1	2	3	4	5	6	7
	2	3	4	5	6	7	8
	3	4	5	6	7	8	9
	4	5	6	7	8	9	10
	5	6	7	8	9	10	11
	6	7	8	9	10	11	12



Notice that there are two rolls which yield a sum with a units digit of 1: a six on Die #1 and a 5 on Die #2, or a five on Die #1 and a 6 on Die #2, giving $6 + 5 = 5 + 6 = 11$. Similarly, a ones digit of 2 can happen in two ways, $1 + 1 = 2$ or $6 + 6 = 12$, and a ones digit of 3 can happen in two ways, $1 + 2 = 3$ or $2 + 1 = 3$. We can see from the table that the ones digits of 1, 2, and 3 are the least likely to occur in the game (with two ways to achieve each digit).

Similar reasoning shows that there are

- three ways to get a ones digit of 4 ($2 + 2 = 4$, $1 + 3 = 4$, $3 + 1 = 4$),
- three ways to get a ones digits of 0 ($5 + 5 = 10$, $6 + 4 = 10$, $4 + 6 = 10$),
- four ways to get a ones digit of 5 ($1 + 4$, $4 + 1$, $2 + 3$, $3 + 2$),
- four ways to get a ones digit of 9 ($3 + 6$, $6 + 3$, $4 + 5$, $5 + 4$),
- five ways to get a ones digit of 6 ($1 + 5$, $5 + 1$, $2 + 4$, $4 + 2$, $3 + 3$),
- five ways to get a ones digit of 8 ($2 + 6$, $6 + 2$, $3 + 5$, $5 + 3$, $4 + 4$), and
- six ways to get a ones digit of 7 ($1 + 6$, $6 + 1$, $2 + 5$, $5 + 2$, $3 + 4$, $4 + 3$).

Thus the most likely ones digit is 7 (with six ways to achieve this digit).

Variations:

- A. Try the same game but with three squares, and then with five squares.

These games will be similar, but will end after a different number of rolls.

- B. Try the same game but take the ones digit of the product of the two numbers rolled on the dice, instead of the sum. How does this change the answers to the earlier questions?

The chances of getting certain ones digits change in this variation. For example, the most likely ones digits to occur in this version are 0, 2, and 6, and the least likely ones digit to occur is 7, as it cannot occur at all! Otherwise, the basic strategy of the game remains the same.



Le CEMI à la maison

4e, 5e, 6e année - le mardi 7 avril 2020

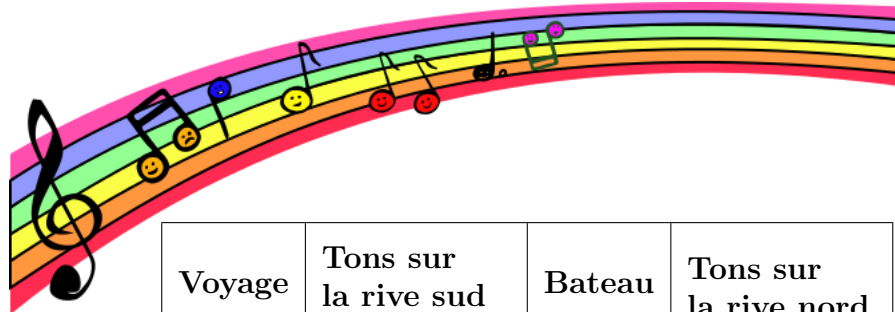
Transporté par la musique

Lors d'une balade dans les bois, tu as trouvé et collecté cinq *Tons purs* : des objets magiques qui produisent chacun une seule note pure de musique. Tu as placé ces Tons dans des bocaux en verre étiquetés 1, 2, 3, 4 et 5 organisés de la note la plus basse à la note la plus haute.

Pour ramener ces Tons à la maison, tu dois les transporter à travers une rivière, de la rive sud à la rive nord. Cependant, ton bateau n'a de place que pour deux Tons à la fois, plus un siège pour toi, le ou la conducteur(-trice).

Le problème est que ces Tons ne sont silencieux que lorsqu'on les regarde. Si on les laisse seuls d'un côté de la rivière, ils se mettent à faire du bruit. Si les Tons qui sont à une note d'écart sont laissés ensemble (comme 1 et 2 ou 4 et 5), leurs sons combinés feront éclater leurs bocaux en verre et ils s'échapperont.

Organise une série de voyages allers-retours à travers la rivière, pour que toi et les cinq Tons finissiez ensemble sur la rive nord sans qu'aucun d'entre-eux ne s'échappe. Le tableau ci-dessous peut t'aider à organiser ta réflexion.



Voyage	Tons sur la rive sud	Bateau	Tons sur la rive nord
	1, 2, 3, 4, 5		Aucun
1		→	
2		←	
3		→	
4		←	
5		→	
6		←	
⋮			

Défis :

- Peux-tu résoudre ce casse-tête si tu ne peux transporter *qu'un seul* Ton sur ton bateau?
- Ce problème est un exemple de « problème de passage de rivière ». Il s'agit de casse-têtes où le but est de se rendre d'un côté à l'autre de la rivière, sous diverses contraintes. Conçois ton propre problème de passage de rivière, résous-le et partage le avec un ami ou un(e) membre de ta famille.

Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison mardi, le 14 avril pour une solution à Transporté par la musique.



CEMC at Home

Grade 4/5/6 - Tuesday, April 7, 2020

Carrying a Tune - Solution

Problem: While exploring in the woods, you have found and captured five *Pure Tones*: magical objects that each produce a single, pure musical note. You have put these Tones in glass jars labelled 1, 2, 3, 4, and 5, organized from lowest note to highest note.

In order to take these Tones home, you have to transport them across a river, from the south side to the north side. However, your boat only has storage space for two Tones at a time, plus a seat for you, the driver. The problem is that these Tones only stay quiet while you are watching them. If they are left alone on one side of the river, they will start making noise. If Tones that are one note apart are left together (like 1 and 2, or 4 and 5), their combined noise will shatter their glass jars, and they will escape.

Design a set of trips back and forth across the river so that you and the five Tones end up on the north side together, without any of them escaping.

Solution: The first important thing to notice is that you *must* take Tones 2 and 4 across the river on the first trip. If you do not, then the jars on the south side will shatter during your first trip! (Can you see why?) You are safe to leave Tones 2 and 4 on the north side and head back to the south side on your own. Now you have some choice in which Tones you take across the river on your next trip. You can take any two of the three Tones: 1, 3, and 5. (In our example in the table below, we take Tones 1 and 5.) No matter what choice is made, the next important thing to notice is that you *must* take at least one Tone back from the north to the south side of the river once four Tones have made it to the north side. (In our example, we cannot leave tones 1, 2, 4, and 5 together.) You actually must take two Tones back with you. (In our example, we would have to take either 1 or 2 and either 4 or 5 back to the south side on our next trip. We take Tones 2 and 4.)

The table below shows one possible way to get the Tones across successfully in exactly seven trips.

Trip	Tones on South Side	Boat	Tones on North Side
	1, 2, 3, 4, 5		None
1	1, 3, 5	2, 4 →	2, 4
2	1, 3, 5	←	2, 4
3	3	1, 5 →	1, 2, 4, 5
4	2, 3, 4	← 2, 4	1, 5
5	2, 4	3 →	1, 3, 5
6	2, 4	←	1, 3, 5
7	None	2, 4 →	1, 2, 3, 4, 5

Challenge: Can you still solve the puzzle if you can never carry *only one* Tone on your boat?

Solution: No, it is impossible to get all five Tones across the river under these conditions. If you can only move zero Tones or two Tones across the river on each trip, then the number of Tones on the north side at any given time will always be an even number! Since we need to end up with an odd number of Tones (five) on the north side, we cannot possibly succeed.



Le CEMI à la maison

4e, 5e, 6e année - le mercredi 8 avril 2020

Un point dans le temps...

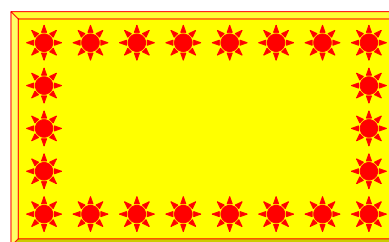
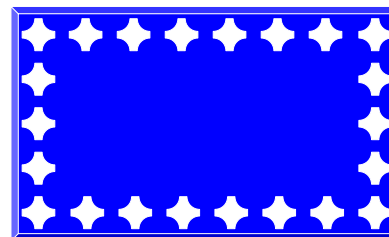
Deux amis, Nathan et Nia, ont décidé de se réunir pour réaliser un projet de couture. Ils fabriquent des napperons en tissu avec un motif décoratif sur la bordure.

Le modèle de Nathan est un napperon bleu avec une bordure blanche; chaque napperon prend 7 minutes à fabriquer.

Nia suit un modèle plus compliqué de napperon jaune à bordure rouge; chaque napperon prend 9 minutes à fabriquer.

Ils installent leurs machines à coudre aux extrémités opposées d'une table. Lorsqu'ils terminent chaque napperon, ils le placent sur le haut d'une pile au milieu de la table.

Ils commencent à coudre en même temps. Ainsi, après 7 minutes de travail, Nathan place le premier napperon bleu en bas de la pile et Nia place un napperon jaune sur la pile 2 minutes plus tard ou 9 minutes après qu'ils aient commencé.



1. En travaillant de bas en haut, complète le tableau qui indique l'ordre des napperons dans la pile après 40 minutes de travail. Inscris le temps auquel chaque nouveau napperon est ajouté à la pile, comme indiqué.
2. Combien de minutes après qu'ils aient commencé à coudre, Nathan essaiera-t-il d'ajouter un napperon bleu à la pile en même temps que Nia essaiera d'y ajouter un napperon jaune?

On cherche la première fois que cela se produit.

3. On suppose maintenant qu'un napperon bleu prend 6 minutes à fabriquer et 10 minutes pour un napperon jaune. Combien de minutes après avoir commencé à coudre, Nathan et Nia essaieront-ils d'ajouter leurs napperons à la pile en même temps?

On cherche la première fois que cela se produit.

14	bleu
9	jaune
7	bleu

Temps

Pile sur la table

Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison mercredi, le 15 avril, pour une solution à Un point dans le temps.



CEMC at Home

Grade 4/5/6 - Wednesday, April 8, 2020

A Stitch in Time - Solution

Problem Summary:

Nathan’s pattern is for a blue placemat; each one takes 7 minutes to complete. Nia’s pattern is for a yellow placemat; each one takes 9 minutes to complete. When they finish one of their placemats, they put it on top of a single pile in the middle of the table. They both start sewing at the same time.

- Working upwards, complete the table that shows the order of the placemats in the pile after they have been working for 40 minutes. Enter the time at which each placemat is added to the pile as shown.
- How many minutes after they start sewing will Nathan try to add a blue placemat to the pile at the same time as Nia tries to add a yellow one?

We are looking for the first time this happens.

- Suppose instead that a blue placemat takes 6 minutes to make, and a yellow placemat takes 10 minutes. How many minutes after they start sewing will Nathan and Nia try to add their placemats to the pile at the same time?

We are looking for the first time this happens.

Solution:

- See the completed table at the right, showing the times at which each placemat is completed.
- Note that Nathan’s blue placemats are added to the pile at times that are multiples of 7, whereas Nia’s yellow placemats are added to the pile at times that are multiples of 9. This means that they will both try to add a placemat at the same time if that time is a multiple of both 7 and 9. The least number that is a multiple of both 7 and 9 is 63. This tells us that the first time Nathan and Nia will try to add placemats to the pile at the same time is 63 minutes after they start.

Note: 63 is the *least common multiple* of 7 and 9.

- With this new timing, the first time Nathan and Nia will try to add placemats to the pile at the same time is 30 minutes after they start. This is because 30 is the least number that is a multiple of both 6 and 10.

Note: 30 is the *least common multiple* of 6 and 10.

49	
45	
42	
36	yellow
35	blue
28	blue
27	yellow
21	blue
18	yellow
14	blue
9	yellow
7	blue

Time Table Top

Notice that the answer for 2. is equal to the product of the two times, 7 and 9, but this is not the case for the answer in 3. The product of 6 and 10 is 60, and Nathan and Nia will both try and put placemats on the pile after 60 minutes, but this is not the first time this will happen.



COMPUTER SCIENCE CONNECTIONS

The main work of a computer is handled by its CPU (Central Processing Unit). Over time, CPUs have become smaller and more powerful. Most computers today have *multi-core processors*, which means there are multiple cores (processing units) on a single computer chip in the machine. These cores can work in parallel (i.e., at the same time on different tasks) to improve the speed and performance of the computer.

Although it is not too difficult with today's technology to create these multi-core chips, it turns out that is quite difficult to take full advantage of their parallel processing potential. One issue that limits the effectiveness of parallel processing is that it can be difficult for multiple cores to share resources. In this problem, we can think of Nathan and Nia as separate cores and the pile of placemats in the middle of the table as a shared resource. They will have to coordinate things when both want to add a placemat on the pile at the same time.



Le CEMI à la maison présente Le problème de la semaine

4e, 5e et 6e année - jeudi 9 avril 2020

Code mystère

James veut envoyer une image à un ami. L'image est composée de carrés noircis sur une grille. Les rangées de la grille sont identifiées par un nombre de 1 à 9 et les colonnes sont identifiées par une lettre de A à Z. James encode l'image en lui donnant une série de codes. Chaque code comprend quatre parties :

- Une lettre de A à Z, suivie d'un nombre de 1 à 9 qui indique l'emplacement (colonne et rangée) du premier carré à noircir dans la grille,
- Ensuite, une flèche (\uparrow , \downarrow , \leftarrow , \rightarrow) pour indiquer la direction dans laquelle le noircissement doit se poursuivre,
- Finalement, un nombre pour indiquer le nombre total de cases à noircir.

Par exemple, le code $B2 \downarrow 7$ nous indique de commencer en noircissant le carré à la position $B2$, et ensuite noircir 6 autres carrés en-dessous de cette case. Aussi, le code $L6 \rightarrow 1$, nous indique de noircir le carré à la position $L6$ et aucun autre carré. Ces codes noircissent les carrés suivants :

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1																										
2		■																								
3																										
4																										
5																										
6												■														
7																										
8																										
9																										

En utilisant la grille vide de la page suivante, détermine l'image que James veut envoyer à son ami à l'aide des codes suivants :

$T8 \uparrow 7$ $D4 \leftarrow 1$ $R2 \leftarrow 5$ $I5 \rightarrow 3$ $F2 \downarrow 7$ $L8 \uparrow 6$ $C3 \rightarrow 1$
 $P3 \downarrow 6$ $X2 \downarrow 7$ $E3 \uparrow 1$ $W5 \leftarrow 3$ $H8 \uparrow 6$ $K2 \leftarrow 3$ $B2 \downarrow 7$

Utilise la première grille pour créer l'image que James a envoyé avec les codes suivants :

$T8 \uparrow 7$ $D4 \leftarrow 1$ $R2 \leftarrow 5$ $I5 \rightarrow 3$ $F2 \downarrow 7$ $L8 \uparrow 6$ $C3 \rightarrow 1$

$P3 \downarrow 6$ $X2 \downarrow 7$ $E3 \uparrow 1$ $W5 \leftarrow 3$ $H8 \uparrow 6$ $K2 \leftarrow 3$ $B2 \downarrow 7$

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1																										
2																										
3																										
4																										
5																										
6																										
7																										
8																										
9																										

Voici une grille supplémentaire. Crée ta propre image et donne le code à un camarade de classe.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1																										
2																										
3																										
4																										
5																										
6																										
7																										
8																										
9																										

Plus d'infos :

Consulte la page du CEMI à la maison, jeudi 16 avril, pour trouver la solution à ce problème. Vous pouvez également vous inscrire au Problème de la semaine en cliquant sur le lien ci-dessous et recevoir la solution ainsi qu'un nouveau problème, par courriel, jeudi 16 avril.

Cette ressource du CEMI à la maison correspond au Problème de la semaine pour les 3e et 4e années. Le Problème de la semaine est une ressource gratuite. Chaque semaine, des problèmes provenant de divers domaines mathématiques sont publiés en ligne et envoyés par courriel aux enseignants afin qu'ils les utilisent avec leurs étudiants. Les problèmes sont disponibles pour les étudiants de la 3e jusqu'à la 12e année. Les solutions aux problèmes sont envoyées une semaine après, en même temps que le nouveau Problème de la semaine.

Pour vous inscrire et voir le Problème de la semaine des 3e et 4e années, rendez-vous sur : <https://www.cemc.uwaterloo.ca/resources/potw-f.php>



Problem of the Week

Problem A and Solution

Mystery Code

Problem

James wants to send an image to a friend. The image is made up of filled in black squares on a grid. The rows of the grid are labelled with numbers from 1 to 9 and the columns of the grid are labelled from *A* to *Z*. James encodes the image by providing a series of short codes. Each short code consists of four parts:

- A letter between *A* and *Z* followed by a number between 1 and 9 indicating the column and row of the first square to be filled in on the grid,
- followed by an arrow ($\uparrow, \downarrow, \leftarrow, \rightarrow$) indicating the direction to fill,
- followed by a number, indicating the total number of squares to colour.

Determine the image that James sent using the following codes:

*T*8 \uparrow 7 *D*4 \leftarrow 1 *R*2 \leftarrow 5 *I*5 \rightarrow 3 *F*2 \downarrow 7 *L*8 \uparrow 6 *C*3 \rightarrow 1
*P*3 \downarrow 6 *X*2 \downarrow 7 *E*3 \uparrow 1 *W*5 \leftarrow 3 *H*8 \uparrow 6 *K*2 \leftarrow 3 *B*2 \downarrow 7

Solution

Here is the image:

	<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>	<i>F</i>	<i>G</i>	<i>H</i>	<i>I</i>	<i>J</i>	<i>K</i>	<i>L</i>	<i>M</i>	<i>N</i>	<i>O</i>	<i>P</i>	<i>Q</i>	<i>R</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>U</i>	<i>V</i>	<i>W</i>	<i>X</i>	<i>Y</i>	<i>Z</i>
1																										
2		■				■			■	■	■			■	■	■	■			■					■	
3		■	■		■			■				■				■										
4				■				■								■										
5		■				■			■	■	■					■						■	■	■		
6		■				■			■	■	■					■						■	■	■		
7																										
8		■				■			■			■				■					■				■	
9																										





Teacher's Notes

Digital images are formed by many individual small squares called *pixels*. With images like pictures taken on a phone, the pixels are usually different shades of colour. Before email attachments and scanning became so popular, businesses used fax machines to send scanned documents. A fax was a document scanned by a source machine and then transmitted as data over phone lines to another machine at the receiving end. The transmitted image was normally black and white, like the image in this problem.

The image in this problem is formed by 63 black pixels and 171 white pixels, for a total of $9 \times 26 = 234$ pixels. We could have described the image by identifying each individual pixel as being either black or white. This would require 234 bits of information. In this problem, we used 14 codes to represent the same information. Although the codes are more complicated to understand, overall they use less data to represent the same information. This concept of using less data to represent information is known as *compression*.

This particular method of compressing data is similar to a technique known as *run-length encoding*. This technique was used by fax machines to reduce the amount of data required to transmit an image over phone lines. Although fax machines are not very popular these days, run-length encoding is still used in other applications, including managing very long gene sequences in DNA research. There are many different techniques for compressing data. You are probably familiar with the results of many of them such as **jpg**, **zip**, and **mp3** files.

