Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Mesure ; Numération et sens du nombre

Problème 2 - Mesure ; Géométrie et sens de l'espace ; Numération et sens du nombre

Problème 3 - Numération et sens du nombre ; Mesure

Problème 4 - Traitement des données et probabilité ; Modélisation et algèbre

Problème 5 - Géométrie et sens de l'espace ; Traitement des données et probabilité

Problème 6 - Numération et sens du nombre

Indices et suggestions

Problème 1

1er indice - Peux-tu représenter la piste et les haies par un croquis ?

2e indice - Combien y a-t-il d'espaces entre la première et la dernière haie ?

3e indice - On sait que la 1re haie est à 13 mètres de la ligne de départ. Où est la 2e haie ? Où est la 3e haie ?

4e indice - Rappelle-toi qu'on demande la distance de la dernière haie à la ligne d'**arrivée**.

Problème 2

1er indice - Peux-tu représenter la boîte par un dessin ?

2e indice - Si cette boîte est semblable à une boîte de céréales, quelle est la forme des côtés (des faces) de la boîte ? Comment calcule-t-on l'aire de ces faces ?

3e indice - Quelles sont des dimensions (largeur et longueur) possibles pour le dessus de la boîte, si elle a une aire de 32 cm^2 ? Parmi ces possibilités, lesquelles sont raisonnables ?

4e indice - Rappelle-toi que la largeur d'un côté doit être la même qu'une des dimensions du dessus et que les deux côtés doivent avoir la même hauteur.

Problème 3

1er indice - Quel est le plus petit intervalle de temps entre deux palindromes consécutifs dans une même heure ?

2e indice - Quel est l'intervalle de temps entre le dernier palindrome d'une heure et le premier palindrome de l'heure suivante (p. ex., de 1:51 à 2:02) ? Cet intervalle est-il toujours le même ?

Problème 4 a)

1er indice - L'année 2004 a-t-elle quelque chose de particulier ? Cela a-t-il un effet sur les dates pendant l'année ?

2e indice - Le nombre de jours entre deux vendredis 13 peut-il être égal à 7 ? 21 ? 28 ? 29 ? 56 ?
Quel est le plus petit nombre de jours possible entre deux vendredis 13 ?
Cela arrive-t-il dans une année bissextile ? Dans une année non bissextile ?

Problème 4 b)

1er indice - Il y a une meilleure chance de trouver plus de deux vendredis 13 si le 13 janvier est un vendredi. Dans ce cas, quels sont les autres vendredis 13 dans une année non bissextile ? Dans une année bissextile ?

Problème 5

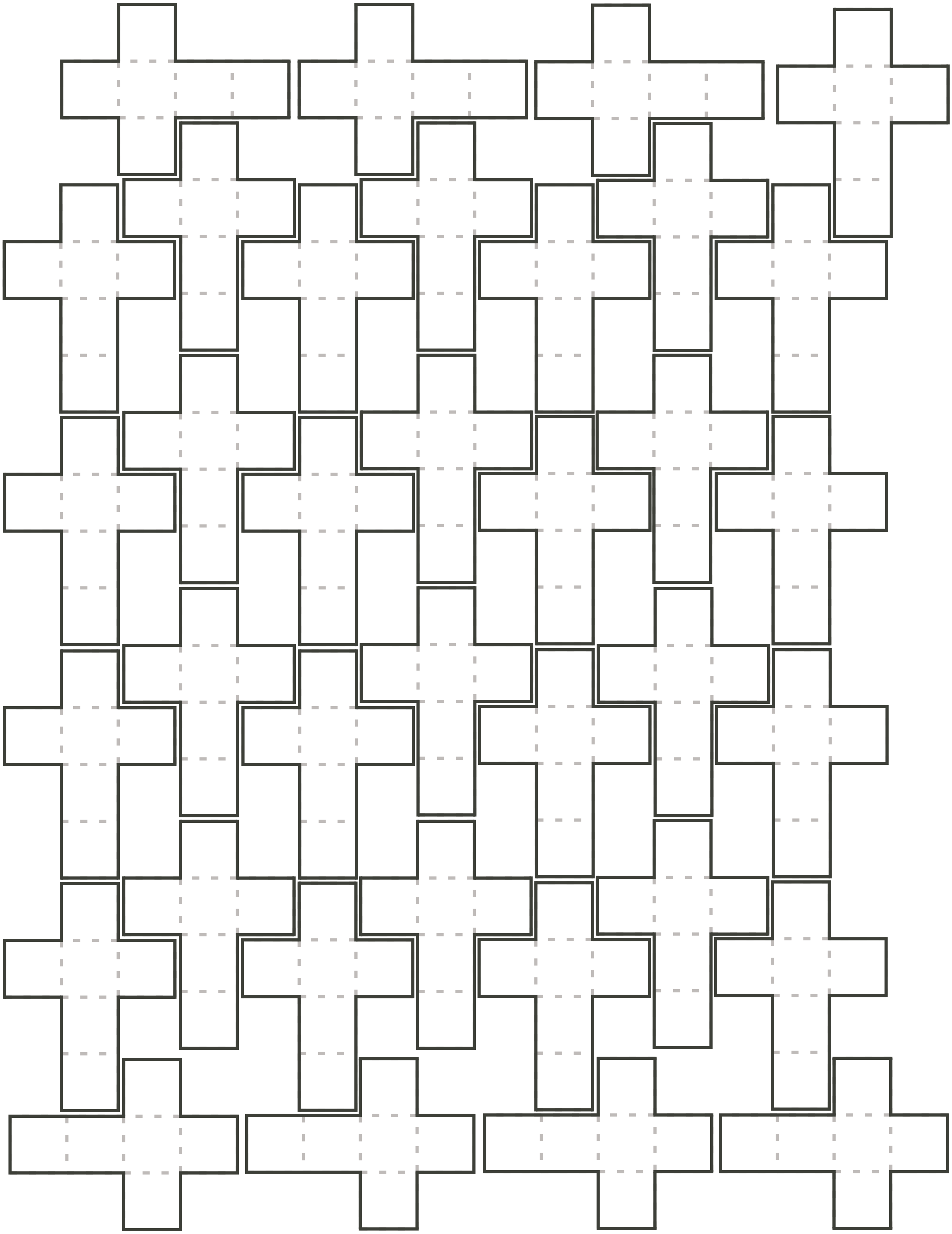
Suggestion
Donner une page de développements aux élèves (voir à la page suivente) et leur demander de les découper et les colorier. Ils peuvent travailler en groupes. Les encourager à comparer leurs cubes en les retournant sur eux-mêmes pour vérifier si deux cubes sont identiques ou différents.

Problème 6

Suggestions

1. Utiliser un même ensemble raisonnable de cinq nombres pour toute la classe. Voir les solutions pour un tel ensemble.
2. Commencer en cherchant des façons d'obtenir les nombres de 1 à 20, puis chercher d'autres possibilités.
3. Offrir des points-bonis si on trouve plus d'une façon d'obtenir un même nombre.

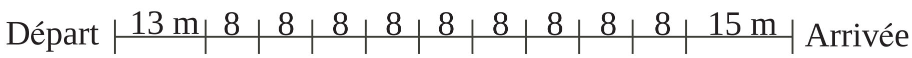
(Voir la solution qui suit pour des façons de s'y prendre.)



Solutions

Problème 1

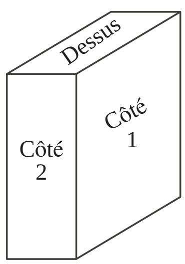
Il y a 9 espaces entre les 10 haies et chaque espace mesure 8 mètres. Donc, l'espace entre la première et la dernière haie mesure 72 mètres (9×8). Si on ajoute les 13 mètres entre la ligne de départ et la première haie, on obtient 85 mètres. Donc, la distance de la dernière haie à la ligne d'arrivée est égale à 15 mètres ($100 - 85$).



Prolongement
Si on enlève la distance entre la ligne de départ et la première haie, de même que la distance entre entre la dernière haie et la ligne d'arrivée, il reste 56 mètres de la première haie jusqu'à la dernière haie ($80 - 12 - 12$). Puisqu'il y a 7 espaces entre les 8 haies, il y a une distance de 8 mètres entre les haies ($56 \div 7 = 8$).

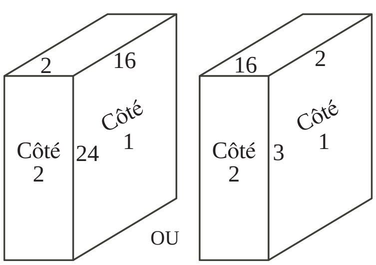
Problème 2

Puisque les dimensions sont des nombres entiers, on examine les paires de facteurs possibles pour chaque aire donnée. On omet 1×96, 1×48 et 1×32 qui ne sont pas raisonnables. On aurait pu en omettre d'autres, comme 2×48 et 3×32.

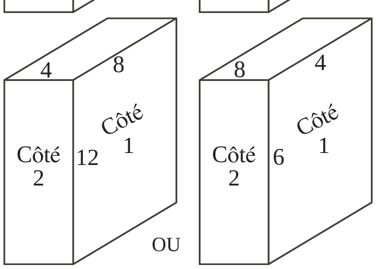


Côté 1 :	96 cm^2	2×48, 3×32, 4×24, 6×16, 8×12
Côté 2 :	48 cm^2	2×24, 3×16, 4×12, 6×8
Dessus :	32 cm^2	2×16, 4×8

On doit choisir des dimensions, parmi ces facteurs, qui nous donnent les trois aires données. Puisqu'il n'y a que deux choix de dimensions pour le dessus, on examine d'abord ce qui arrive pour chacun de ces deux choix.



Si on choisit 2×16, on doit choisir 2×24 (ou 3×16) pour le côté 2. Le côté 1 doit alors mesurer 16×24 (ou 2×3), ce qui lui donnerait une aire de 324 cm^2 (ou 6 cm^2), au lieu de 48 cm^2. Aucune de ces alternatives n'est acceptable. Donc, le dessus ne mesure pas 2×16.



Si on choisit 4×8, on doit choisir 4×12 (ou 6×8) pour le côté 2. Le côté 1 doit alors mesurer 8×12 (ou 6×4), ce qui lui donnerait une aire de 96 cm^2 (ou 24 cm^2). Seule la première alternative est acceptable. Donc, le dessus mesure 4×8, le côté 1 mesure 8×12 et le côté 2 mesure 4×12. Donc, la boîte mesure 4 cm sur 8 cm sur 12 cm.

Pour calculer le volume, on calcule d'abord l'aire de la base, c'est-à-dire l'aire du dessous, qui est égale à l'aire du dessus, soit 32 cm^2 (4×8). (Cette aire indique que l'on peut placer 32 cm^3 au fond de la boîte.) Le volume est égal au produit de cette aire et de la hauteur, soit 384 cm^3 (12×32). (Puisque la boîte a une hauteur de 12 cm, elle peut contenir 12 couches (étages) de 32 cm^3.)

Problème 3

a) Il semble raisonnable de croire qu'on trouvera le plus petit intervalle de temps entre deux nombres palindromes consécutifs à l'intérieur d'une même heure. Par exemple, les intervalles 1:01 → 1:11 et 5:25 → 5:35, sont de 10 minutes. De plus, l'intervalle de temps entre le dernier palindrome d'une heure au premier palindrome de l'heure suivante est généralement de 11 minutes (p. ex., 7:57 → 8:08). Or, un examen plus minutieux de la situation nous révèle que l'intervalle 9:59 → 10:01 n'est que de 2 minutes, ce qui est le plus petit intervalle possible.

b) Comme dans la partie a), la plupart des intervalles de temps entre deux nombres palindromes consécutifs sont de 10 ou 11 minutes. Or, l'intervalle 10:01 → 11:11 est de 70 minutes. Il s'agit bien de l'intervalle le plus long.

Prolongement
Pour une horloge ayant un cycle de 24 heures, l'intervalle le plus long est de 15:51 → 20:02, soit de 4 heures et 11 minutes.

Problème 4

a) Oui, Hakim a raison. Il peut y avoir deux vendredis 13 dans une même année. S'il y a un vendredi 13 en février et si février compte 28 jours, il y a aussi un vendredi 13 en mars.

	D	L	M	M	J	V	S
Fév.						13	
						20	
						27	
Mars	1	2	3	4	5	6	
						13	

Cela peut aussi se produire s'il y a un vendredi 13 en janvier dans une année non bissextile, comme en 2006. Dans ce cas, il y a aussi un vendredi 13 en octobre.

b) *Solution 1*
Les élèves qui constatent que dans une année non bissextile, les jours et les dates des 28 premiers jours de mars sont les mêmes que ceux de février, peuvent déplacer mentalement d'un jour les dates qui suivent, dans le calendrier de 2004, pour en faire un calendrier d'une année non bissextile. Ils peuvent « voir » qu'il y a alors un vendredi 13 en mars et un autre en novembre.

Solution 2
Pour déterminer s'il peut y avoir plus de deux vendredis 13 dans une même année, on peut procéder comme suit : Pour passer d'un vendredi 13 à un autre, le nombre de jours entre les deux doit être un multiple de 7. Puisque 28 jours forment 4 semaines et que les mois comptent géréralement 30 ou 31 jours, il faut examiner si ces jours « supplémentaires » peuvent s'accumuler pour donner un multiple de 7.
Voici les régularités des jours « supplémentaires ».

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
année non bissextile	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
année bissextile	3	1	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3

S'il y a un vendredi 13 en janvier, alors dans une année non bissextile, les jours supplémentaires de janvier à septembre donneront $3+3+2+3+2+3+3+2$ jours, c'est-à-dire 21 jours, ou trois semaines. Il y a alors un vendredi 13 en octobre. Lors d'une année bissextile, on a $3+1+3=7$, de janvier à mars, ce qui donne un vendredi 13 en avril. D'avril à juin, on a $2+3+2=7$, ce qui donne un vendredi 13 en juillet. Il y a donc trois vendredis 13 cette année-là (et pas plus, car les autres journées supplémentaires ne donnent pas un multiple de 7).

Remarque Si on examine l'accumulation des journées supplémentaires de façon méthodique, à partir d'un vendredi 13 dans n'importe quel mois, on voit qu'il y a un seul cas où on obtient trois vendredis 13 lors d'une année non bissextile, soit les 13 février, 13 mars et 13 novembre.

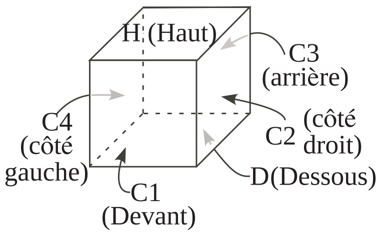
Prolongement

Il y a seulement 14 calendriers possibles (le 1er janvier peut se produire n'importe quel jour de la semaine, ce qui donne 7 calendriers possibles pour une année non bissextile et 7 calendriers possibles pour une année bissextile). Il suffit donc d'examiner ces 14 calendriers. On remarque que si un mois admet un vendredi 13, le 1er du mois est un dimanche. On examine donc si chaque calendrier a un 1er du mois un dimanche et on constate que oui. Chaque année, il doit donc y avoir au moins un vendredi 13. Voici les possibilités :

- Si le 1er janvier est un lundi, le 13 avril est un vendredi (le 13 sept. dans une année bissextile).
- Si le 1er janvier est un mardi, le 13 sept. est un vendredi (le 13 juin dans une année bissextile).
- Si le 1er janvier est un mercredi, le 13 juin est un vendredi (le 13 mars dans une année bissextile).
- Si le 1er janvier est un jeudi, le 13 février est un vendredi dans les deux cas (plus les 13 mars et 13 novembre dans une année non bissextile).
- Si le 1er janvier est un vendredi, le 13 août est un vendredi (le 13 mai dans une année bissextile).
- Si le 1er janvier est un samedi, le 13 mai est un vendredi (le 13 oct. dans une année bissextile).
- Si le 1er janvier est un dimanche, le 13 janvier est un vendredi dans les deux cas (plus le 13 octobre dans une année non bissextile, les 13 avril et 13 juillet dans une année bissextile).

Problème 5

Rima peut préparer 10 cubes différents comme suit :

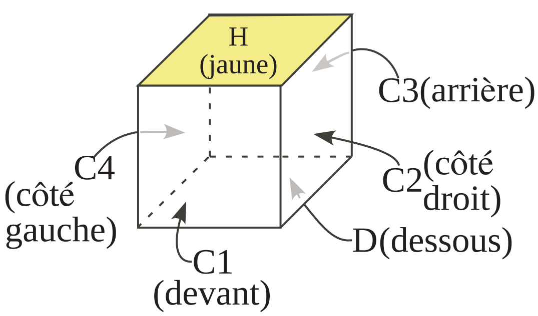


- 2 cubes de couleur uniforme, 1 bleu et 1 rouge ;
- 2 cubes avec le haut d'une couleur et les 5 autres faces de l'autre couleur ;
- 1 cube avec H, C1, C2 en rouge et D, C3, C4 en bleu (c.-à-d. 3 faces d'une couleur qui se rencontrent à un même sommet, les 3 autres faces étant de l'autre couleur) ;
- 2 cubes formant chacun une bande, avec C1, C2, C3, C4 d'une même couleur et H et D de l'autre couleur ;
- 2 cubes avec deux côtés adjacents (p. ex., C1 et C2) d'une couleur et les 4 autres côtés de l'autre couleur ;
- 1 cube avec une bande partielle (p. ex., C1, C2 et C3) d'une couleur et une bande partielle (p. ex., C4, H et D) de l'autre couleur.

Il est utile de colorier des développements de cubes.

Prolongement

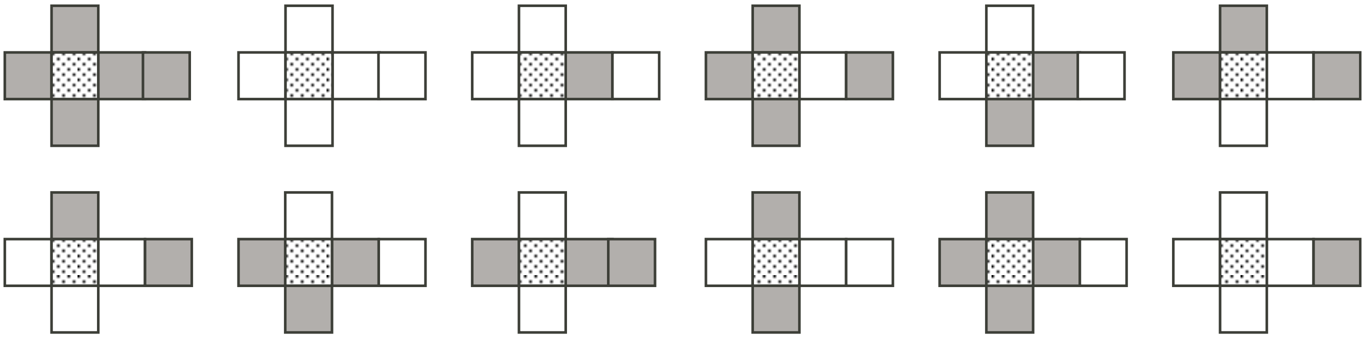
1. Si on peint une face en jaune, on obtient un plus grand nombre de cubes. En voici quelques-uns :



- 2 cubes avec les 5 autres faces d'une même couleur (rouge ou bleu) ;
- 2 cubes avec un côté (C1, C2, C3 ou C4) d'une couleur et les 4 autres faces de l'autre couleur ;
- 2 cubes avec 2 côtés adjacents (p. ex., C1 et C2) d'une couleur et les 3 autres faces de l'autre couleur ;
- 2 cubes avec un côté (C1, C2, C3 ou C4) et le dessous d'une couleur et les trois autres faces de l'autre couleur ;
- 2 cubes avec deux côtés opposés (p. ex., C1 et C3) d'une couleur et les 3 autres faces de l'autre couleur.

Encourager les élèves à trouver plus de 10 cubes différents. De nouveau, il est utile de colorier des développements de cubes.

Voici des développements coloriés qui correspondent aux 10 exemples précédents. Les deux derniers correspondent à C1, C2, C3 et C4 d'une couleur et D de l'autre.



Problème 6

Voici deux façons de jouer :

1. Fixer un intervalle de temps approprié. On peut laisser certains élèves jouer pendant qu'on s'occupe des autres. Demander aux équipes de vérifier les résultats des autres équipes.
2. On peut jouer en groupe-classe. Choisir cinq nombres prometteurs et demander à toute la classe d'y travailler. Afficher les solutions et demander aux élèves d'y ajouter leurs solutions à mesure qu'ils en trouvent. Les encourager à faire vérifier leurs réponses par les autres.

À la page suivante, on peut voir une feuille de résultats avec quelques solutions. Il y en a beaucoup plus.

Remarque
Si on voit que les élèves éprouvent des difficultés à trouver des solutions, on peut ajouter des opérations. Par exemple, on peut permettre l'emploi de la virgule décimale. Cela permet d'obtenir $76 = 56 + (2 \div ,1)$, $85 = 6 \div ,1 + 25$ ou $85 = 16 \div ,2 + 5$. On peut aussi permettre l'emploi des exposants. Ainsi, si on dispose d'un 2, on peut écrire $76 = 5^2 \times (6 \div 2) + 1$ ou $75 = (6^2 - 1) \times 2 + 5$.

FEUILLE DE RÉSULTATS POUR 100 DÉFIS

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{2}$ $\boxed{5}$ $\boxed{6}$

$2-1=1$	$2\times1=2$	$5-2=3$	$6-2=4$	$5\times1=5$
$6\times1=6$	$5+2=7$	$5+2+1=8$	$5+2+2=9$	$5\times2=10$
$(5\times2)+1=11$	$(5\times2)+2=12$	$(5\times2)+2+1=13$	$(5+2)\times2=14$	$5\times(2+1)=15$
$6+5+2+2+1=16$	$15+2=17$	$6\times(2+1)=18$	$15+2+2=19$	$16+2\times2=20$
$21=21$	$22=22$	$22+1=23$	$25-1=24$	$25=25$
$25+1=26$	$25+2=27$	$25+2+1=28$	$(6\times5)-1=29$	$6\times5=30$
$5\times6+1=31$	$5\times6+2=32$	$5\times6+2+1=33$	$5\times6+2+2=34$	$5\times6+2+2+1=35$
$6\times(2+1)=36$	$6\times(5+1)+2\div2=37$	$6\times(5+1)+2=38$	$5\times(6+2)-1=39$	$6\times(5+1)+2+2=40$
$6\times(5+2)-1=41$	$21\times2=42$	$6\times(5+2)+1=43$	$6\times(5\times2)+2=44$	$51-6=45$
$(5-1)\times6\times2-2=46$	$52-6+1=47$	$6\times(5+2+1)=48$	$25\times2-1=49$	$25\times2=50$
$25\times2+1=51$	$52\times1=52$	$56-2-1=53$	$56-2=54$	$56-1=55$
$56\times1=56$	$56+1=57$	$56+2=58$	$56+2+1=59$	$56+2+2=60$
$56+2+2+1=61$	$65-2-1=62$	$65-2=63$	$65-1=64$	$65\times1=65$
$65+1=66$	$65+2=67$	$65+2+1=68$	$65+2+2=69$	$65+2+2+1=70$
$2\times(2+1)+65=71$	$2\times5+62=72$	$2\times5+62+1=73$	$12\times6+2=74$	$6\times2\times2+51=75$
$(16\times5)-(2\times2)=76$	$56+21=77$	$56+22=78$	$56+21+2=79$	$2\times12+56=80$
$(5\times2)\times(6+2)+1=81$	$16\times5+2=82$	$26\times(1+2)+5=83$	$12\times(5+2)=84$	$(16+(2\div2))\times5=85$
$65+21=86$	$65+22=87$	$65+21+2=88$	$2\times12+65=89$	$15\times6=90$
$15\times6+(2\div2)=91$	$122-(5\times6)=92$	$(26+5)\times(2+1)=93$	$(15\times6)+2+2=94$	$(21-2)\times5=95$
$(5-1)\times6\times2\times2=96$	$52\times2-6-1=97$	$52\times2-6=98$	$52\times2-6+1=99$	$(6-1)\times5\times2\times2=100$