Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Mesure

Problème 2 - Numération et sens du nombre

Problème 3 - Géométrie et sens de l'espace

Problème 4 - Traitement de données

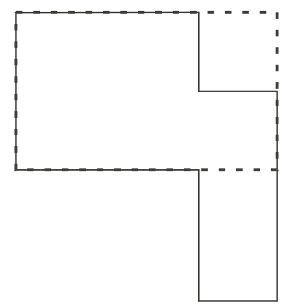
Problème 5 - Numération et sens du nombre

Problème 6 - Modélisation et algèbre ; Numération et sens du nombre

Indices et suggestions

Problème 1

1er indice - Quelles distances manquantes peux-tu ajouter à la figure ?



Suggestion : Pour les 2e et 3e tours, il peut être avantageux d'aider les élèves à visualiser un parcours équivalent, soit le tour d'un rectangle.

Problème 2 a)

1er indice - Quelle est la valeur totale d'un exemplaire de chaque timbre ? de deux exemplaires de chaque timbre ?

2e indice - Peut-il y avoir un nombre impair de timbres ? (Pense aux timbres de 5 ¢, ...)

3e indice - Kamara peut-elle avoir seulement deux exemplaires de chaque timbre ? seulement quatre ? (Remplis un tableau qui indique des nombres possibles d'exemplaires de chaque timbre. Rappelle-toi que Kamara a un nombre égal de chaque timbre.)

Problème 2 b)

1er indice - Quelles sont les combinaisons possibles de timbres qui pourraient donner l'affranchissement de 65 ¢ qu'il faut pour une lettre ?

2e indice - Kamara peut-elle utiliser un affranchissement plus grand qu'il faut pour poster une lettre ?

Problème 3 a)

1er indice - Quelle fraction de la première colonne est ombrée ?

Problème 3 b)

1er indice - Si tu traces une ligne horizontale au milieu de la figure, quelles sont les parties qui ont la même aire ?

Prolongement

1er indice - Quelle fraction de la 1re colonne est ombrée ? de la 2e colonne ?

Problème 4

1er indice - Quel scénario parle de distance parcourue ?

2e indice - Pendant que Wei Li se pousse sur la balançoire, quel graphique indique qu'elle va de plus en plus haut ?

Problème 5 a)

1er indice - Quels sont les numéros possibles des mois ? Des jours ?

2e indice - Y a-t-il une date *multi* en mars 2040 ?

Prolongement

1er indice - Quel est le plus grand nombre qui peut paraître dans chaque créneau de jour-mois-année ?

Problème 6

1er indice - Trace un damier 3×3. Combien y a-t-il de rectangles 1×2 sur ce damier ? Comment les as-tu comptés ? Recommence avec un damier 4×4 .

2e indice - Un rectangle 1×2 est-il identique à un rectangle 2×1 (c'est-à-dire peut-on placer le rectangle verticalement) ?

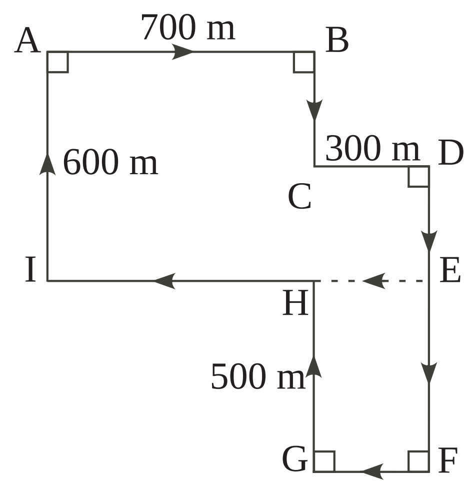
Suggestion : Si la classe n'a jamais vu le problème de compter le nombre de carrés de toutes grandeurs sur un damier, encourager les élèves à faire le prolongement. Les encourager à chercher une régularité.

Solutions

Problème 1

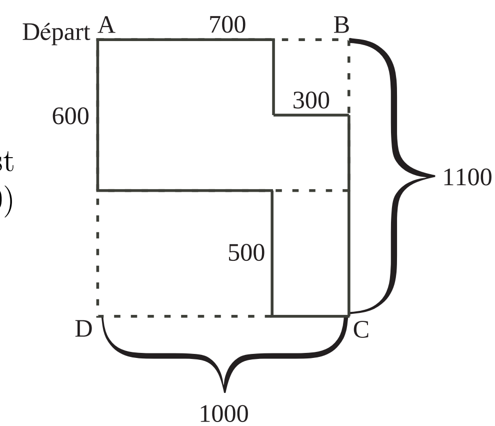
On peut ajouter les distances suivantes à la figure :

$IH = AB = 700$ mètres
$HE = GF = CD = 300$ mètres
$EF = HG = 500$ mètres



Au premier tour, la distance parcourue, en mètres, est égale à : $700 + BC + 300 + DE + 500 + 300 + 500 + 700 + 600$
$= 3600 + BC + DE$
Or, $BC + DE = AI = 600$ mètres.
La distance parcourue au 1er tour est égale à 4200 mètres $(3600 + 600)$.

Au deuxième tour, elle ne parcourt pas la distance $EF + FG + GH$, qui est de 1300 mètres, mais elle parcourt la distance HE de 300 mètres. Elle parcourt donc une distance de 3200 mètres $(4200 - 1000)$.
En tout, Sabrina parcourt 10 600 mètres $(4200 + 3200 + 3200)$, c'est-à-dire 10,6 km.



Pour le premier tour, on peut considérer que la distance est équivalente au périmètre du rectangle $ABCD$, soit $2 \times (1000 + 1100)$ mètres, c'est-à-dire 4200 mètres.

Suggestion : Engager un échange pour savoir si la réponse serait différente si Sabrina commençait à un autre point. (p. ex., au point I ou au point F).

Problème 2

a) Par tâtonnements, on détermine que Kamara a 6 exemplaires de chaque timbre, puisque $(6 \times 50$ ¢$)+(6 \times 20$ ¢$)+(6 \times 10$ ¢$)+(6 \times 5$ ¢$)=$ 3,00 \$ + 1,20 \$ + 0,60 \$ + 0,30 \$, soit 5,10 \$.

Voici des façons de s'y prendre :

1.

	Valeur des timbres					
Nombre d'exemplaires de chaque timbre	50 ¢	20 ¢	10 ¢	5 ¢	Valeur totale	
2	100 ¢	40 ¢	20 ¢	10 ¢	170 ¢ ou 1,70 \$	Pas assez.
5	250 ¢	100 ¢	50 ¢	25 ¢	425 ¢ ou 4,25 \$	Encore pas assez.
6	300 ¢	120 ¢	60 ¢	30 ¢	510 ¢ ou 5,10 \$	Voilà.

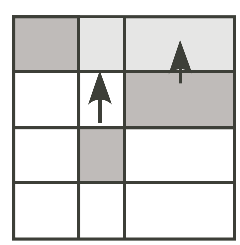
2. Un exemplaire de chaque timbre donne une valeur totale de 85 ¢.
Deux exemplaires de chaque timbre donnent une valeur totale de 1,70 \$.
Trois exemplaires de chaque timbre donnent une valeur totale de 2,55 \$.
Puisque 2,55 \$ est la moitié de 5,10 \$, Kamara doit avoir 6 exemplaires de chaque timbre.

Voici une solution plus élégante :

Un exemplaire de chaque timbre donne une valeur totale de 85 ¢.
510 ¢ ÷ 85 ¢ $= 6$. Elle a donc 6 exemplaires de chaque timbre.

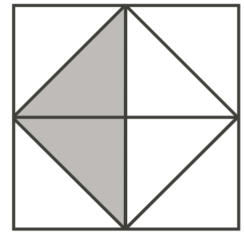
b) Kamara a besoin de 6×65 ¢ + 1,15 \$, c'est-à-dire 3,90 \$ + 1,15 \$, ou 5,05 \$. Puisque ses timbres ont une valeur totale de 5,10 \$, certains élèves vont peut-être conclure que la réponse à la question est *Oui*. Pour obtenir l'affranchissement de 65 ¢ pour 6 lettres, Kamara peut utiliser 6 exemplaires chacun des timbres de 50 ¢, de 10 ¢ et de 5 ¢. Il lui resterait alors 6 timbres de 20 ¢, pour une valeur de 1,20 \$. Si elle est prête à perdre 5 ¢, elle pourrait utiliser tous ces timbres pour l'affranchissement de 1,15 \$.
Or, il est impossible de fournir un affranchissement *exact* pour ce qu'elle veut poster, puisque chacune des 6 lettres exige un timbre de 5 ¢ pour l'affranchissement de 65 ¢ et l'affranchissement de 1,15 \$, pour la grande lettre, exige aussi un timbre de 5 ¢.

Problème 3



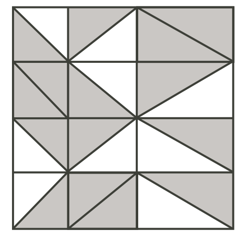
a) Puisque les lignes horizontales sont à égale distance l'une de l'autre, on voit que $\frac{1}{4}$ de chaque colonne verticale est ombré. Si on glisse les parties ombrées pour les placer dans la même rangée, on voit que $\frac{1}{4}$ du carré est ombré.

b) On trace une ligne horizontale au milieu du carré. On obtient alors 8 triangles identiques dont 2 sont ombrés. Donc $\frac{2}{8}$, ou $\frac{1}{4}$ du carré est ombré.



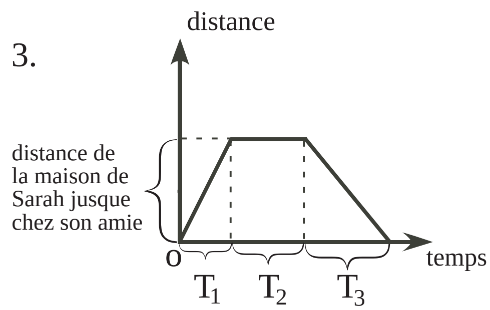
Prolongement

On trace des lignes de manière que dans chaque colonne, il y ait 8 triangles identiques. On voit que dans chaque colonne, 5 des triangles sont ombrés. Donc, $\frac{5}{8}$ de chaque colonne est ombrée. Puisque les lignes horizontales sont à égale distance l'une de l'autre, $\frac{5}{8}$ du carré est ombré.

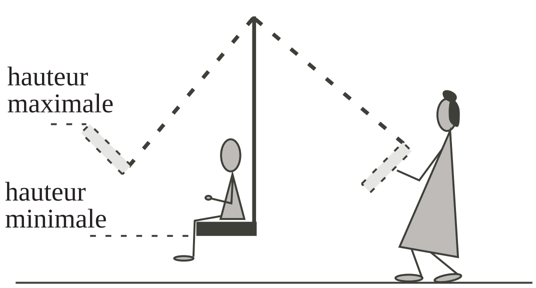


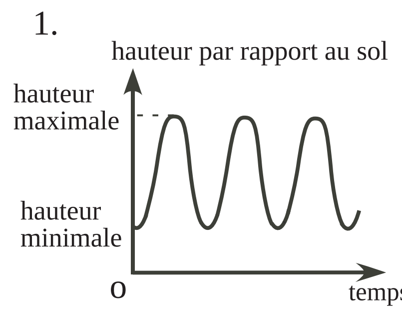
Problème 4

a) Puisque le 3e graphique est le seul où la distance reste constante pendant un certain temps, il semble bien être le bon choix. Remarquer que l'intervalle de temps T_1 est plus court que l'intervalle T_3, puisque Sarah *court* jusque chez son amie, mais revient lentement à la maison. L'intervalle T_2 correspond à l'heure qu'elle reste chez son amie.



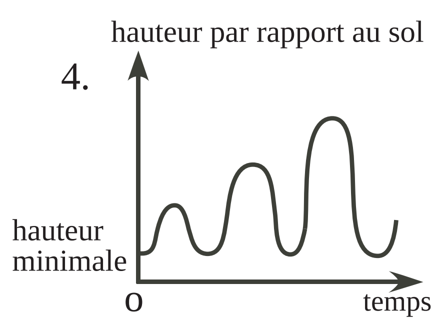
b) Pendant que Natacha se fait pousser par sa grand-mère, la balançoire monte à une hauteur maximale et descend à une hauteur minimale par rapport au sol.

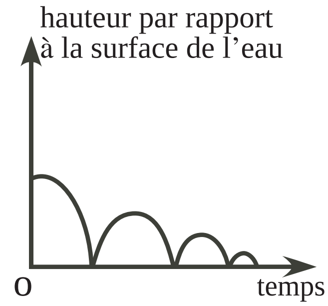




Remarque : Il arrive qu'un enfant crie « Plus haut ! Plus haut ! » quand on le pousse. Ainsi le 4e graphique pourrait aussi être une réponse appropriée pour le scénario b).

c) Puisque Wei Li se pousse elle-même, la hauteur de la balançoire augmente à chaque poussée. La situation correspond donc au 4e graphique.



2.


d) Chaque fois que le caillou rebondit, il atteint une hauteur de moins en moins grande. La situation correspond donc au 2e graphique.

Problème 5

a) Pendant l'année 2040, une date est *multi* si le numéro du jour et le numéro du mois ont un produit de 40. On cherche donc des nombres j et m tels que $j \times m = 40$. De plus, il faut que j (le numéro du jour) soit inférieur ou égal à 31 et que m (le numéro du mois) soit inférieur ou égal à 12. Voici les possibilités :

$j = 4$, $m = 10$ Il s'agit du 4 octobre.
$j = 5$, $m = 8$ Il s'agit du 5 août.
$j = 8$, $m = 5$ Il s'agit du 8 mai.
$j = 10$, $m = 4$ Il s'agit du 10 avril.
$j = 20$, $m = 2$ Il s'agit du 20 février.

On remarque qu'on ne peut avoir $j = 2$ et $m = 20$, puisqu'il n'y a pas de 20e mois.

b) Pour l'année 2085, on cherche des nombres j et m tels que $j \times m = 85$. Puisque les seuls diviseurs de 85 sont 1, 5, 17 et 85, on voit tout de suite que la seule date *multi* est le 17 mai 2085.

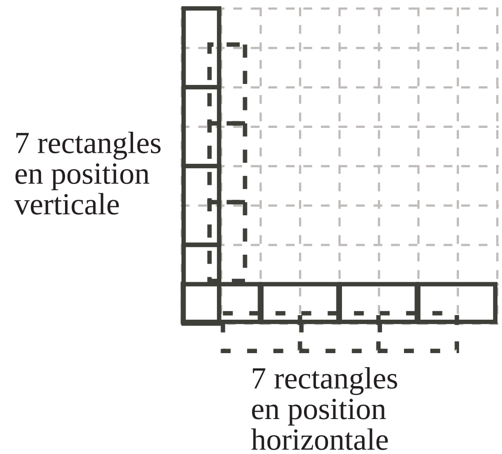
c) Pour l'année 2006, on peut obtenir un produit '06' en faisant, par exemple, 1×6 ou 2×3. Il y a donc plusieurs dates *multi* (p. ex., le 6 janvier, le 1er juin, ...). Pour 2007, les seuls diviseurs de '07' sont 1 et 7. Donc, le 7 janvier et le 1er juillet sont *multi*. Pour 2049, on a seulement 7×7, ce qui donne le 7 juillet, puisque $49 > 31$. Pour 2059, il n'y a aucune date *multi*, car on a seulement 1×59 et 59×1, mais $59 > 31$.

d) Les trois premières années de ce siècle qui n'ont aucune date *multi* sont 2037, 2041 et 2043. Il s'agit des trois premières années dont les deux derniers chiffres forment un nombre premier supérieur à 31. Si on considérait 2000 comme une date du XXIe siècle, on pourrait l'inclure dans la réponse.

Prolongement Pour une date *j-m-a impaire*, il faut que j, m et a forment trois nombres impairs séquentiels de manière que $m \leqslant 11$. Les choix possibles pour le numéro du mois sont 01, 03, 05, 07, 09 et 11. Les dates *impaires* possibles sont 01-03-05, 03-05-07, 05-07-09, 07-09-11 et 09-11-13. Il y en a cinq.

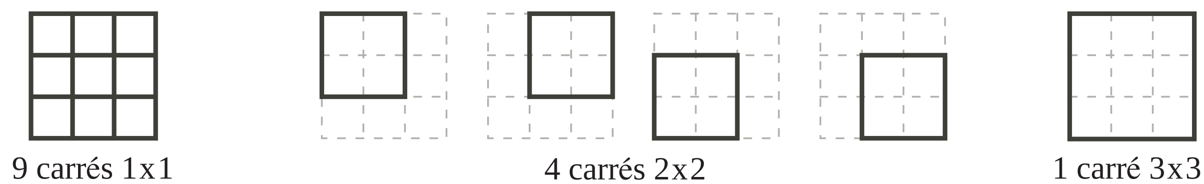
Problème 6

Dans chaque colonne, il y a 7 rectangles 1×2 en position verticale. Dans la figure ci-contre, on en voit 4 dans la première colonne et 3 autres en pointillé qui ont été placés en retrait et qui chevauchent les 4 rectangles précédents. (On devrait les pousser vers la gauche pour les placer dans leur vraie position.) Puisqu'il y a 8 colonnes, il y a 56 rectangles 1×2 en position verticale.
De même, dans chaque rangée, il y a 7 rectangles 2×1. Dans la figure, on voit 4 rectangles dans la rangée du bas et 3 autres en pointillé qui ont été placés un peu plus bas et qui chevauchent les 4 rectangles précédents. (On devrait les pousser vers le haut pour les placer dans leur vraie position.) Puisqu'il y a 8 rangées, il y a 56 rectangles 2×1 en position horizontale. Il y a donc 112 rectangles en tout.



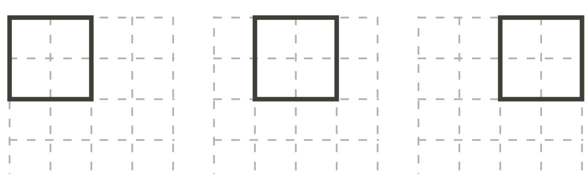
Prolongement
On considère des cas plus simples et on cherche une régularité.

a) On cherche le nombre total de carrés sur un damier 3×3 :

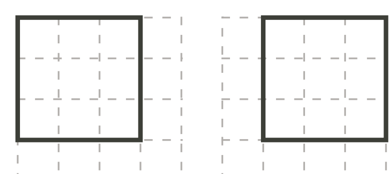


Donc sur un damier 3×3, le nombre de carrés est égal à $1 + 4 + 9$, c'est-à-dire 14.

On cherche le nombre de carrés sur un damier 4×4 :
On sait qu'il y a 16 carrés 1×1.



On voit 3 carrés 2x2. On peut en placer 3 autres en descendant ceux-ci de 1 unité vers le bas et on peut en placer 3 autres en les descendant de 2 unités vers le bas. Il y a donc 9 carrés 2x2 en tout.

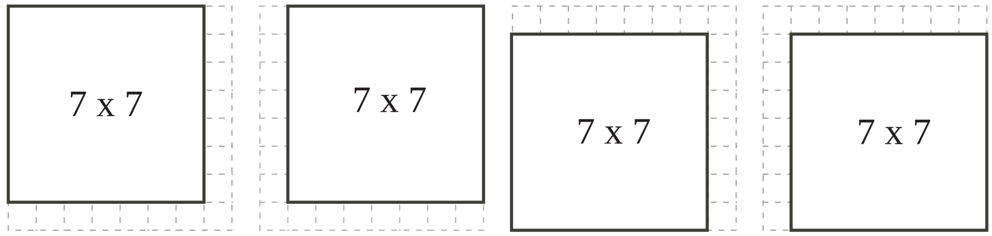


On voit 2 carrés 3x3. On peut en placer 2 autres en descendant ceux-ci de 1 unité vers le bas. Il y a donc 4 carrés 3x3 en tout.

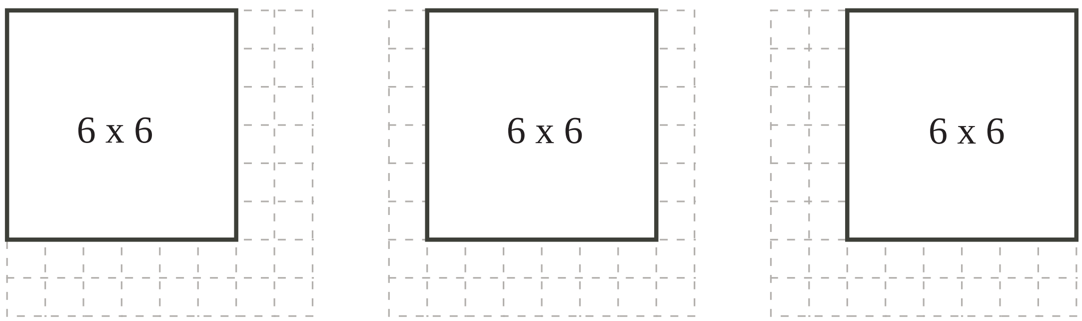
On sait qu'il y a 1 carré 4×4. Donc sur un damier 4×4, le nombre de carrés est égal à $1 + 4 + 9 + 16$, c'est-à-dire 30.

b) D'après la régularité des réponses de la partie a), le nombre de carrés sur un damier 8×8 semble être égal à $1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64$, c'est-à-dire 204. En voici quelques-uns :

Voici les 7×7 :



Il y a 9 carrés 6×6. En voici trois. Chacun peut être déplacé de 1 ou de 2 unités vers le bas.



La régularité nous dit que sur un damier $n \times n$, le nombre total de carrés est égal à la somme des carrés des entiers de 1 à n.

Donc, sur un damier 8×8, le nombre total de carrés est égal à
$1 + 4 + 9 + 16 + 25 + 36 + 49 + 64$, c'est-à-dire 204.
Donc, le nombre obtenu par Bart et Lisa est correct.