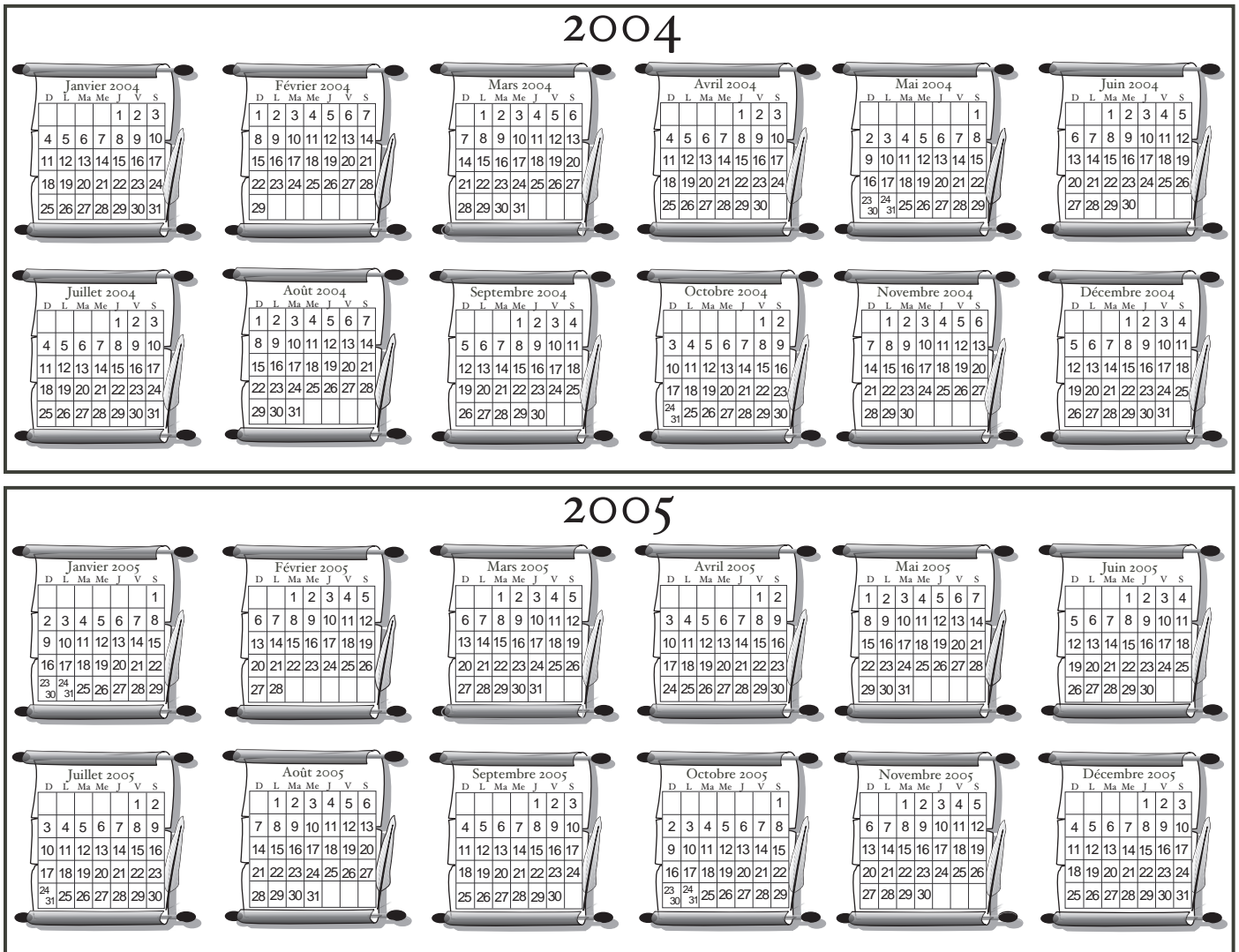


Problème

Vania croit que le vendredi 13 apporte de la malchance. Il se consolait en croyant que cela n'arrivait qu'une fois par année, jusqu'au jour où son ami Hakim lui dit que ça peut se produire deux fois dans une même année.

- Hakim a-t-il raison? Explique comment tu le sais.
- Peut-il y avoir plus de deux vendredis 13 dans une même année?



Prolongement

Doit-il y avoir au moins un vendredi 13 dans une année?

Indices

Partie a)

1^{er} indice - L'année 2004 a-t-elle quelque chose de particulier? Cela a-t-il un effet sur les dates pendant l'année?

2^e indice - Le nombre de jours entre deux vendredis 13 peut-il être égal à 7? 21? 28? 29? 56?
Quel est le plus petit nombre de jours possible entre deux vendredis 13?
Cela arrive-t-il dans une année bissextile? Dans une année non bissextile?

Partie b)

1^{er} indice - Il y a une meilleure chance de trouver plus de deux vendredis 13 si le 13 janvier est un vendredi. Dans ce cas, quels sont les autres vendredis 13 dans une année non bissextile? Dans une année bissextile?

Solution

- a) Oui, Hakim a raison. Il peut y avoir deux vendredis 13 dans une même année. S'il y a un vendredi 13 en février et si février compte 28 jours, il y a aussi un vendredi 13 en mars.

	D	L	M	M	J	V	S
Fév.						13	
						20	
						27	
Mars	1	2	3	4	5	6	
						13	

Cela peut aussi se produire s'il y a un vendredi 13 en janvier dans une année non bissextile, comme en 2006. Dans ce cas, il y a aussi un vendredi 13 en octobre.

- b) *Solution 1*

Les élèves qui constatent que dans une année non bissextile, les jours et les dates des 28 premiers jours de mars sont les mêmes que ceux de février, peuvent déplacer mentalement d'un jour les dates qui suivent, dans le calendrier de 2004, pour en faire un calendrier d'une année non bissextile. Ils peuvent « voir » qu'il y a alors un vendredi 13 en mars et un autre en novembre.

Solution 2

Pour déterminer s'il peut y avoir plus de deux vendredis 13 dans une même année, on peut procéder comme suit: Pour passer d'un vendredi 13 à un autre, le nombre de jours entre les deux doit être un multiple de 7. Puisque 28 jours forment 4 semaines et que les mois comptent généralement 30 ou 31 jours, il faut examiner si ces jours « supplémentaires » peuvent s'accumuler pour donner un multiple de 7.

Voici les régularités des jours « supplémentaires ».

	J	F	M	A	M	J	J	A	S	O	N	D
année non bissextile	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
année bissextile	3	1	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3

S'il y a un vendredi 13 en janvier, alors dans une année non bissextile, les jours supplémentaires de janvier à septembre donneront $3 + 3 + 2 + 3 + 2 + 3 + 3 + 2$ jours, c'est-à-dire 21 jours, ou trois semaines. Il y a alors un vendredi 13 en octobre. Lors d'une année bissextile, on a $3 + 1 + 3 = 7$, de janvier à mars, ce qui donne un vendredi 13 en avril. D'avril à juin, on a $2 + 3 + 2 = 7$, ce qui donne un vendredi 13 en juillet. Il y a donc trois vendredis 13 cette année-là (et pas plus, car les autres journées supplémentaires ne donnent pas un multiple de 7).

Remarque Si on examine l'accumulation des journées supplémentaires de façon méthodique, à partir d'un vendredi 13 dans n'importe quel mois, on voit qu'il y a un seul cas où on obtient trois vendredis 13 lors d'une année non bissextile, soit les 13 février, 13 mars et 13 novembre.

Prolongement

Il y a seulement 14 calendriers possibles (le 1^{er} janvier peut se produire n'importe quel jour de la semaine, ce qui donne 7 calendriers possibles pour une année non bissextile et 7 calendriers possibles pour une année bissextile). Il suffit donc d'examiner ces 14 calendriers. On remarque que si un mois admet un vendredi 13, le 1^{er} du mois est un dimanche. On examine donc si chaque calendrier a un 1^{er} du mois un dimanche et on constate que oui. Chaque année, il doit donc y avoir au moins un

vendredi 13. Voici les possibilités:

- Si le 1^{er} janvier est un lundi, le 13 avril est un vendredi (le 13 sept. dans une année bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un mardi, le 13 sept. est un vendredi (le 13 juin dans une année bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un mercredi, le 13 juin est un vendredi (le 13 mars dans une année bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un jeudi, le 13 février est un vendredi dans les deux cas (plus les 13 mars et 13 novembre dans une année non bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un vendredi, le 13 août est un vendredi (le 13 mai dans une année bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un samedi, le 13 mai est un vendredi (le 13 oct. dans une année bissextile).
- Si le 1^{er} janvier est un dimanche, le 13 janvier est un vendredi dans les deux cas (plus le 13 octobre dans une année non bissextile, les 13 avril et 13 juillet dans une année bissextile).