

Problème



Un côté d'une boîte de céréales Emmy-O, format dosette, a une aire de 96 cm^2 . Un autre côté de la même boîte a une aire de 48 cm^2 . Le dessus de la boîte a une aire de 32 cm^2 . Quel est le volume de la boîte si les dimensions de la boîte sont des nombres entiers?

Indices

1^{er} indice - Peux-tu représenter la boîte par un dessin?

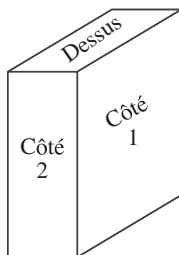
2^e indice - Si cette boîte est semblable à une boîte de céréales, quelle est la forme des côtés (des faces) de la boîte? Comment calcule-t-on l'aire de ces faces?

3^e indice - Quelles sont des dimensions (largeur et longueur) possibles pour le dessus de la boîte, si elle a une aire de 32 cm^2 ? Parmi ces possibilités, lesquelles sont raisonnables?

4^e indice - Rappelle-toi que la largeur d'un côté doit être la même qu'une des dimensions du dessus et que les deux côtés doivent avoir la même hauteur.

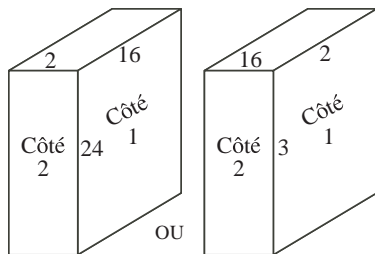
Solution

Puisque les dimensions sont des nombres entiers, on examine les paires de facteurs possibles pour chaque aire donnée. On omet 1×96 , 1×48 et 1×32 qui ne sont pas raisonnables. On aurait pu en omettre d'autres, comme 2×48 et 3×32 .

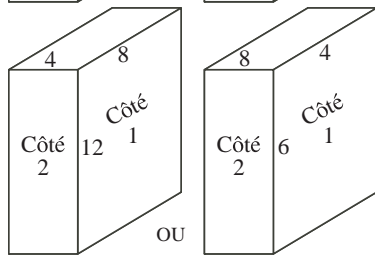


$$\begin{array}{ll} \text{Côté 1:} & 96 \text{ cm}^2 \quad 2 \times 48, 3 \times 32, 4 \times 24, 6 \times 16, 8 \times 12 \\ \text{Côté 2:} & 48 \text{ cm}^2 \quad 2 \times 24, 3 \times 16, 4 \times 12, 6 \times 8 \\ \text{Dessus:} & 32 \text{ cm}^2 \quad 2 \times 16, 4 \times 8 \end{array}$$

On doit choisir des dimensions, parmi ces facteurs, qui nous donnent les trois aires données. Puisqu'il n'y a que deux choix de dimensions pour le dessus, on examine d'abord ce qui arrive pour chacun de ces deux choix.



Si on choisit 2×16 , on doit choisir 2×24 (ou 3×16) pour le côté 2. Le côté 1 doit alors mesurer 16×24 (ou 2×3), ce qui lui donnerait une aire de 324 cm^2 (ou 6 cm^2), au lieu de 48 cm^2 . Aucune de ces alternatives n'est acceptable. Donc, le dessus ne mesure pas 2×16 .



Si on choisit 4×8 , on doit choisir 4×12 (ou 6×8) pour le côté 2. Le côté 1 doit alors mesurer 8×12 (ou 6×4), ce qui lui donnerait une aire de 96 cm^2 (ou 24 cm^2). Seule la première alternative est acceptable. Donc, le dessus mesure 4×8 , le côté 1 mesure 8×12 et le côté 2 mesure 4×12 . Donc, la boîte mesure 4 cm sur 8 cm sur 12 cm.

Pour calculer le volume, on calcule d'abord l'aire de la base, c'est-à-dire l'aire du dessus, qui est égale à l'aire du dessous, soit 32 cm^2 (4×8). (Cette aire indique que l'on peut placer 32 cm^3 au fond de la boîte.) Le volume est égal au produit de cette aire et de la hauteur, soit 384 cm^3 (12×32). (Puisque la boîte a une hauteur de 12 cm, elle peut contenir 12 couches (étages) de 32 cm^3 .)