

### Problème

On dira qu'une date est *multi* si le produit du numéro du jour et du numéro du mois est égal aux deux derniers chiffres de l'année. Par exemple, le 31 mars 1993 est *multi*, car  $31 \times 3 = 93$ .

2040																					
Janvier						Février						Mars									
D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	
1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4					1	2	3	
8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9	10	11	4	5	6	7	8	9	10	
15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16	17	18	11	12	13	14	15	16	17	
22	23	24	25	26	27	28	19	20	21	22	23	24	25	18	19	20	21	22	23	24	
29	30	31					26	27	28	29				25	26	27	28	29	30	31	
Avril						Mai						Juin									
D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	
1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4	5						1	2
8	9	10	11	12	13	14	6	7	8	9	10	11	12	3	4	5	6	7	8	9	
15	16	17	18	19	20	21	13	14	15	16	17	18	19	10	11	12	13	14	15	16	
22	23	24	25	26	27	28	20	21	22	23	24	25	26	17	18	19	20	21	22	23	
29	30						27	28	29	30	31			24	25	26	27	28	29	30	
Juillet						Août						Septembre									
D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	
1	2	3	4	5	6	7				1	2	3	4							1	
8	9	10	11	12	13	14	5	6	7	8	9	10	11	2	3	4	5	6	7	8	
15	16	17	18	19	20	21	12	13	14	15	16	17	18	9	10	11	12	13	14	15	
22	23	24	25	26	27	28	19	20	21	22	23	24	25	16	17	18	19	20	21	22	
29	30	31					26	27	28	29	30	31		23	24	25	26	27	28	29	
														30							
Octobre						Novembre						Décembre									
D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	D	L	Ma	Me	J	V	S	
	1	2	3	4	5	6					1	2	3							1	
7	8	9	10	11	12	13	4	5	6	7	8	9	10	2	3	4	5	6	7	8	
14	15	16	17	18	19	20	11	12	13	14	15	16	17	9	10	11	12	13	14	15	
21	22	23	24	25	26	27	18	19	20	21	22	23	24	16	17	18	19	20	21	22	
28	29	30	31				25	26	27	28	29	30		23	24	25	26	27	28	29	
														30	31						

- a) Indique toutes les dates *multi* de l'année 2040.
- b) Indique toutes les dates *multi* de l'année 2085.
- c) Sans résoudre, peux-tu prédire si les années 2006, 2007, 2049 et 2059 ont des dates *multi*? Explique ton raisonnement.
- d) Trouve les trois premières années du XXI<sup>e</sup> siècle qui n'ont **aucune** date *multi*. Explique ton raisonnement.

#### Prolongement

On dira qu'une date est *impaire* si le numéro du jour, le numéro du mois et les deux derniers chiffres de l'année forment, dans l'ordre, trois nombres impairs séquentiels (p. ex., 01-03-05). Combien y a-t-il de dates *impaires* pendant le XXI<sup>e</sup> siècle?

## Indices

### Partie a)

**1<sup>er</sup> indice** - Quels sont les numéros possibles des mois? Des jours?

**2<sup>e</sup> indice** - Y a-t-il une date *multi* en mars 2040?

*Prolongement*

**1<sup>er</sup> indice** - Quel est le plus grand nombre qui peut paraître dans chaque créneau de jour-mois-année?

## Solution

- a) Pendant l'année 2040, une date est *multi* si le numéro du jour et le numéro du mois ont un produit de 40. On cherche donc des nombres  $j$  et  $m$  tels que  $j \times m = 40$ . De plus, il faut que  $j$  (le numéro du jour) soit inférieur ou égal à 31 et que  $m$  (le numéro du mois) soit inférieur ou égal à 12. Voici les possibilités:

$j = 4, \quad m = 10$  Il s'agit du 4 octobre.

$j = 5, \quad m = 8$  Il s'agit du 5 août.

$j = 8, \quad m = 5$  Il s'agit du 8 mai.

$j = 10, \quad m = 4$  Il s'agit du 10 avril.

$j = 20, \quad m = 2$  Il s'agit du 20 février.

On remarque qu'on ne peut avoir  $j = 2$  et  $m = 20$ , puisqu'il n'y a pas de 20<sup>e</sup> mois.

- b) Pour l'année 2085, on cherche des nombres  $j$  et  $m$  tels que  $j \times m = 85$ . Puisque les seuls diviseurs de 85 sont 1, 5, 17 et 85, on voit tout de suite que la seule date *multi* est le 17 mai 2085.
- c) Pour l'année 2006, on peut obtenir un produit '06' en faisant, par exemple,  $1 \times 6$  ou  $2 \times 3$ . Il y a donc plusieurs dates *multi* (p. ex., le 6 janvier, le 1<sup>er</sup> juin, ...). Pour 2007, les seuls diviseurs de '07' sont 1 et 7. Donc, le 7 janvier et le 1<sup>er</sup> juillet sont *multi*. Pour 2049, on a seulement  $7 \times 7$ , ce qui donne le 7 juillet, puisque  $49 > 31$ . Pour 2059, il n'y a aucune date *multi*, car on a seulement  $1 \times 59$  et  $59 \times 1$ , mais  $59 > 31$ .
- d) Les trois premières années de ce siècle qui n'ont aucune date *multi* sont 2037, 2041 et 2043. Il s'agit des trois premières années dont les deux derniers chiffres forment un nombre premier supérieur à 31. Si on considérait 2000 comme une date du XXI<sup>e</sup> siècle, on pourrait l'inclure dans la réponse.

*Prolongement* Pour une date  $j$ - $m$ - $a$  *impaire*, il faut que  $j$ ,  $m$  et  $a$  forment trois nombres impairs séquentiels de manière que  $m \leq 11$ . Les choix possibles pour le numéro du mois sont 01, 03, 05, 07, 09 et 11. Les dates *impaires* possibles sont 01-03-05, 03-05-07, 05-07-09, 07-09-11 et 09-11-13. Il y en a cinq.