Problème

a) Écris tous les diviseurs de 24. On choisit trois diviseurs différents comme longueurs des côtés d'un triangle. Si on fait divers choix, combien de triangles différents peut-on former?

b) Explique pourquoi certaines combinaisons de trois diviseurs ne peuvent pas être utilisées comme longueurs des côtés de triangles.

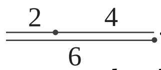
Indices

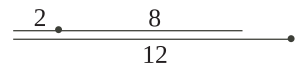
1er indice - Peux-tu former un triangle dont les côtés mesurent 2, 3 et 6? Pourquoi?

Suggestion: Fournir une trentaine de cure-dents à chaque élève. En supposant qu'un cure-dents correspond à une unité de longueur, leur suggérer de tenter de former les triangles.

Solution

a) Les diviseurs de 24 sont 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12 et 24. Les cinq choix de diviseurs différents qui peuvent servir de longueurs de côtés de triangles sont $\{2, 3, 4\}$, $\{3, 4, 6\}$, $\{3, 6, 8\}$, $\{4, 6, 8\}$ et $\{6, 8, 12\}$.

b) Il faut toujours que la somme des longueurs de n'importe quels deux côtés soit plus grande que la longueur du troisième côté.
Par exemple, on ne peut pas former un triangle avec des côtés de longueurs $\{2, 4, 6\}$, puisque $2 + 4 = 6$ et comme on le voit, les deux petits côtés ne sont pas assez longs pour former un triangle 

.
De même, avec les longueurs $\{2, 8, 12\}$, on a $2 + 8 = 10 < 12$ 

et on voit que les deux petits côtés ne sont pas assez longs pour former un triangle.
Il s'agit d'un théorème célèbre appelé *Inégalité du triangle*: Dans un triangle, il faut toujours que la somme des longueurs de n'importe quels deux côtés soit plus grande que la longueur du troisième côté.