Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Mesure ; Numération et sens du nombre

Problème 2 - Numération et sens du nombre ; Résolution de problèmes

Problème 3 - Modélisation et algèbre

Problème 4 - Géométrie et sens de l'espace

Problème 5 - Mesure ; Numération et sens du nombre

Problème 6 - Numération et sens du nombre ; Résolution de problèmes

Indices et suggestions

Problème 1 c)

1er indice - Combien y a-t-il de minutes dans une heure ? Dans une journée de 24 heures ?

Problème 2

Suggestions
Prolongement

1. Il peut être utile de revoir le sens des termes utilisés dans le problème.
2. Lorsque les élèves ont créé une grille-mystère, leur demander d'échanger leurs indices avec ceux d'un camarade. Ils peuvent ensuite utiliser les indices du camarade et une grille vide pour vérifier si les indices les mènent bien à la grille-mystère et si tous les indices sont nécessaires.

Problème 3 c)

1er indice - La somme des trois nombres d'une rangée peut-elle être la même que celle d'une autre rangée ? Pourquoi ou pourquoi pas ?

2^{e} indice - La somme des trois nombres d'une colonne peut-elle être la même que celle d'une autre colonne ? Pourquoi ou pourquoi pas ?

3^{e} indice - Y a-t-il une rangée dont la somme des nombres est la même que celle d'une colonne ?

4^{e} indice - Comment la somme des nombres d'une diagonale se compare-t-elle à celle de l'autre diagonale ?

5^{e} indice - Est-il nécessaire de s'en tenir à une rangée, une colonne ou une diagonale ?

Problème 4

1er indice - Qu'est-ce qu'un axe de symétrie ?

Suggestions

1. Si les élèves connaissent mal les noms des figures, faire une liste des 12 noms, à partir des solutions ci-dessous, écrire les noms au tableau, dans un ordre quelconque, et demander à la classe de les apparier aux figures.
2. On peut suggérer aux élèves de découper les figures et de les plier pour vérifier les axes de symétrie.

3. Avant que les élèves n'entreprennent le prolongement, on peut engager un échange sur ce que peut être le *centre* d'une figure géométrique.

Problème 5 a)

Suggestion
Avant que les élèves n'entreprennent la résolution du problème, on peut revoir le que signifient le périmètre et l'aire d'un rectangle.

1er indice - Si l'enclos a un périmètre de 16 mètres, quelle doit être la somme de la longueur et de la largeur ?

2e indice - Quelle peut être la longueur maximale d'un côté ?

3e indice - Comment l'aire est-elle reliée à la longueur et à la largeur ?

Problème 5 c)

1er indice - D'à peu près combien d'espace un chien aurait-il besoin pour se retourner ?

Problème 6 c)

1er indice - Quel numéro de 1 à 50 le Joueur 2 devrait-il choisir d'abord de manière à éliminer le plus grand nombre de possibilités ?

Solutions

Problème 1

a) Puisque 4 gigaoctets (go) $=$ 4000 mégaoctets (mo) et qu'une chanson de 4 minutes utilise 4 mo, le lecteur de 4 mo peut contenir 1000 chansons, car $4000 \div 4 = 1000$.

b) Puisque 30 go $=$ 30 000 mo, le lecteur de 30 go peut contenir 7500 chansons, car $30\,000 \div 4 = 7500$.

c) Puisqu'une chanson dure 4 minutes, 7500 chansons durent 30 000 minutes, car $7500 \times 4 = 30\,000$. Puisqu'il y a 24 heures dans une journée et qu'il y a 60 minutes dans une heure, il y a 1440 minutes dans une journée, car $24 \times 60 = 1440$. Puisque $30\,000 \div 1440 = 20\frac{5}{6}$, alors le lecteur mp3 de 30 go prendra 20 jours et 20 heures pour jouer les 7500 chansons.

Problème 2

L'indice 2 nous dit que le 9 est au milieu et l'indice 3 nous dit que les nombres de la colonne A, dans l'ordre, sont 8, 7 et 6. Les indices 1 et 5 nous disent que les nombres de la colonne C, dans l'ordre, sont 2, 1 et 4 ou 4, 1 et 2. Les indices 3 et 5 nous disent que les nombres de la 3e rangée, dans l'ordre, sont 6, 3 et 2, puisque le 1 est déjà placé au milieu de la colonne C et que 4 n'est pas un diviseur de 6. Donc, le nombre qui reste, soit le 5, doit être placé au haut de la colonne B.

	A	B	C
1	8	5	4
2	7	9	1
3	6	3	2

Prolongement
Plusieurs solutions sont possibles. Il est important que l'ensemble des indices ne détermine que la grille-mystère. Choisir deux ou trois solutions et résoudre les problèmes au tableau avec la classe en suivant les indices donnés de manière à montrer qu'ils mènent bien à la grille-mystère correspondante.

Problème 3

Si on choisit le nombre au milieu de la troisième rangée du deuxième calendrier, soit $n = 14$, on obtient le carré ci-contre de 9 nombres. On peut l'utiliser pour illustrer les solutions des parties a), b) et c), ci-dessous. Dans chaque cas, on a placé entre parenthèses les réponses particulières qui correspondent à ce carré de 9 nombres.

6	7	8
13	14	15
20	21	22

a) Le nombre au milieu (14) est 7 de plus que le nombre (7) situé directement au-dessus de lui et 7 de moins que le nombre (21) situé directement au-dessous de lui, puisqu'il y a une différence d'une semaine, ou 7 jours, d'un jour à l'autre. Ce serait le cas de n'importe quelle page d'un calendrier dont les dates sont placées à l'horizontale en rangées de 7 jours.

b) Le nombre au milieu (14) est 1 de plus que le nombre (13) situé directement à sa gauche et 1 de moins que le nombre (15) situé directement à sa droite. Ce serait le cas de n'importe quelle page d'un calendrier dont les dates sont placées à l'horizontale.

c) Dans les parties (i), (ii) et (iii), il est important de remarquer que trois nombres ont une moyenne égale à n (14) si leur somme est égale à $3n$ (42). Il existe plusieurs tels ensembles de trois nombres qui contiennent n comme nombre du milieu. D'après les parties a) et b), les choix les plus évidents qui contiennent le nombre n (14) sont ceux de la colonne du milieu

(7 + 14 + 21 = 42), ceux de la rangée du milieu (13 + 14 + 15 = 42), de même que ceux des diagonales (6 + 14 + 22 = 42 ou 8 + 14 + 20 = 42). Dans chaque cas, l'écart entre le premier nombre et n est le même que l'écart entre n et le troisième nombre.

Voici d'autres ensembles (qui ne contiennent PAS le nombre n) : 1^{re} rangée à droite + 2^{e} rangée à gauche + 3^{e} rangée au milieu (8 + 13 + 21 = 42) ou 1^{re} rangée à gauche + 2^{e} rangée à droite + 3^{e} rangée au milieu (6 + 15 + 21 = 42) ou 1^{re} rangée au milieu + 2^{e} rangée à droite + 3^{e} rangée à gauche (7 + 15 + 20 = 42). Dans chacun de ces exemples, il s'agit de choisir trois nombres de manière que chacun est situé dans une rangée et une colonne différentes de celles des deux autres nombres, ce qui garantit que leur somme est égale à $3n$.

Pour la partie (iv), où l'on cherche deux ensembles de trois nombres qui ont la même somme, mais PAS égale à $3n$, on peut choisir, par exemple, 1^{re} rangée à gauche + 2^{e} rangée au milieu + 3^{e} rangée à droite (6 + 21 + 22 = 49) et 1^{re} rangée à droite + 3^{e} rangée à gauche + 2^{e} rangée au milieu (8 + 20 + 21 = 49). (D'autres choix sont possibles.)

Prolongement

1. Si on tient compte de la relation entre le nombre n, au milieu, et les autres nombres, on obtient le carré ci-contre. Ainsi, la somme des nombres d'une diagonale est égale à ($n - 8 + n + n + 8$), ou $3n$; la somme des nombres de l'autre diagonale est égale à ($n + 6 + n + n - 6$), ou $3n$. (On peut démontrer, de la même manière, que la somme des nombres choisis dans les parties a), b) et c) (i), (ii) est égale à $3n$.) Par contre, les ensembles de trois nombres choisis dans la partie c)(iv) ont une somme égale à ($n - 8 + n + 7 + n + 8$) et ($n - 6 + n + 6 + n + 7$), soit $3n + 7$. (D'autres choix de nombres donneront d'autres sommes.)

n - 8	n - 7	n - 6
n - 1	n	n + 1
n + 6	n +7	n + 8

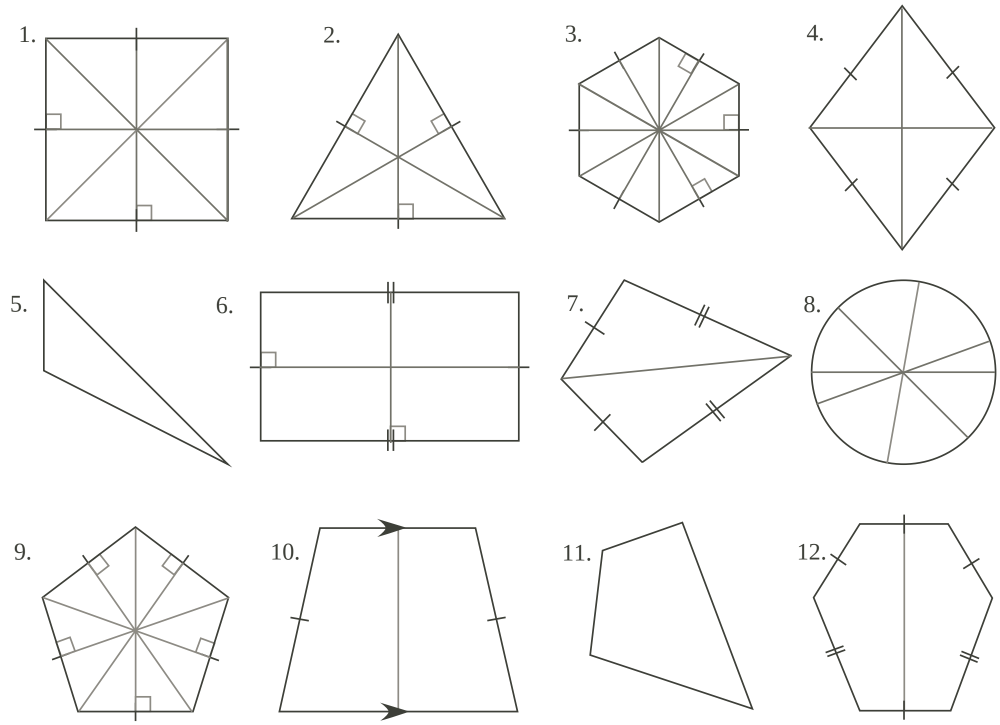
Problème 4 a)

Voici des noms possibles :

1 - carré, losange	2 - triangle (équilatéral)	3 - hexagone (régulier)	4 - losange
5 - triangle (scalène)	6 - rectangle	7 - deltoïde, cerf-volant	8 - cercle
9 - pentagone régulier	10 - trapèze (isocèle)	11 - quadrilatère	12 - hexagone

Problème 4 b), c), d)

Les figures à la page suivante indiquent tous les axes de symétrie, à l'exception du cercle qui admet une infinité d'axes de symétrie (tous les diamètres). Ainsi les figures 7, 10 et 12 n'admettent qu'un axe de symétrie, les figures 4 et 6 admettent chacune deux axes de symétrie, la figure 1 admet quatre axes de symétrie et les figures 3, 8 et 9 admettent chacune plus de quatre axes de symétrie.



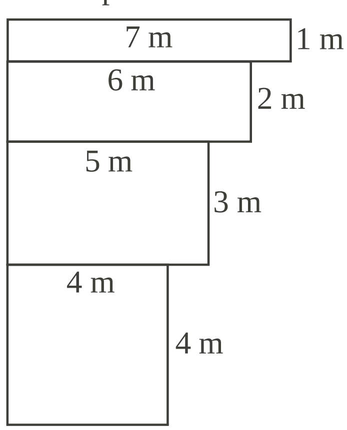
Prolongement

1. Il paraîtrait raisonnable de dire qu'une figure a un centre si elle admet deux axes de symétrie ou plus qui se coupent en un point. Ce point serait alors le centre de la figure.

Problème 5

a) Un périmètre de 16 m indique que la largeur et la longueur ont une somme de 8 m. Voici donc les formes possibles de l'enclos, de même que la longueur, la largeur et l'aire correspondantes :

Enclos possibles



Longueur (m)	Largeur (m)	Aire (mètres carrés)
7	1	7
6	2	12
5	3	15
4	4	16

b) D'après la partie a), on voit que la plus grande aire correspond aux dimensions de 4 m sur 4 m. Cet enclos a la forme d'un carré, tandis que les autres sont des rectangles non carrés.

c) Pour permettre au chien de se retourner aisément, il semble raisonnable que l'enclos ait une largeur d'au moins 2 m. Donc, Mélanie devrait choisir l'enclos de 2 m sur 6 m.

d) Si Mélanie a 36 m de clôture, la longueur et la largeur ont une somme de 18 m. Si on se fie au résultat précédent, on émet l'hypothèse que l'enclos le plus grand aura la forme d'un carré mesurant 9 m sur 9 m. Il aurait donc une aire de 81 mètres carrés. Pour vérifier cette hypothèse, on vérifie toutes les dimensions possibles :
$1 \times 17 = 17, 2 \times 16 = 32, 3 \times 15 = 45, 4 \times 14 = 56, 5 \times 13 = 65,$
$6 \times 12 = 72, 7 \times 11 = 77, 8 \times 10 = 80, 9 \times 9 = 81$.
Ces données confirment notre hypothèse que l'aire maximale possible est de 81 mètres carrés.

Problème 6

Pour éliminer le plus grand nombre de possibilités à n'importe quelle étape, le Joueur 2 devrait toujours choisir le numéro au milieu de l'intervalle. Par exemple, si le numéro caché se trouve dans l'intervalle de 1 à 25, le Joueur 2 devrait choisir 13, car cela éliminera tous les numéros de 1 à 12 (si le Joueur 1 répond « plus grand ») ou tous les numéros de 14 à 25 (si le Joueur 1 répond « plus petit »). Dans ce dernier cas, le Joueur 2 choisirait ensuite 6 (ou 7), ce qui éliminera la moitié des possibilités, ainsi de suite.

L'efficacité de cette stratégie est plus évidente si l'intervalle du départ est grand. Si le numéro caché se trouve dans l'intervalle de 1 à 1000, le choix initial de 500 élimine tous les numéros de 501 à 1000 (si la réponse est « plus petit) ou tous les numéros de 1 à 499 (si la réponse est « plus grand). Dans ce dernier cas, on choisirait ensuite 750, ce qui éliminerait 250 autres numéros possibles.

Pour illustrer cette stratégie de façon plus concrète, demander à une ou un élève de choisir un nom de famille et de ne pas le dévoiler. Utiliser ensuite un annuaire téléphonique de la région comme suit : se rendre à peu près à la page du milieu, en se basant sur l'épaisseur de l'annuaire, et lire le nom au début de la page. L'élève répond « avant » ou « après » selon que le nom secret est avant ou après ce nom. Vous connaissez maintenant la moitié de l'annuaire qui contient le nom secret. Diviser cette moitié à peu près en deux moitiés et recommencer. Une fois que la page qui contient le nom secret a été isolée, répéter les mêmes étapes en utilisant l'ensemble des noms sur la page et en choisissant toujours le nom qui paraît au milieu de l'ensemble. Il est plutôt surprenant de constater la vitesse à laquelle on peut trouver le nom secret.