

Problème

- a) Mélanie a 16 mètres de clôture qu'elle veut utiliser pour construire un enclos pour son teckel (chien saucisse) Franz. Sur le quadrillé à la page suivante, trace autant de rectangles que possible ayant chacun un périmètre de 16 mètres. Les côtés des rectangles doivent coïncider avec les lignes du quadrillé. Écris l'aire de chaque rectangle.
- b) Quel enclos Mélanie devrait-elle choisir si elle veut que Franz ait le plus d'espace possible? Comment la forme de cet enclos est-elle différente de celles des autres enclos?
- c) Si Mélanie veut que son chien puisse courir sur une plus grande distance possible en ligne droite, quel enclos devrait-elle choisir? (Il faut que le chien puisse se retourner!)
- d) Supposons que Mélanie a 36 mètres de clôture. À partir de tes résultats des parties a) et b), émet une hypothèse sur les dimensions de l'enclos le plus grand qu'elle pourrait construire et qui aurait un périmètre de 36 mètres. Ensuite, prouve ton hypothèse en remplissant un tableau contenant toutes les dimensions possibles (nombres entiers) et les aires correspondantes. (Il n'est pas nécessaire de tracer les rectangles.)



Indices

Partie a)

Suggestion

Avant que les élèves n'entreprennent la résolution du problème, on peut revoir le que signifient le périmètre et l'aire d'un rectangle.

1^{er} indice - Si l'enclos a un périmètre de 16 mètres, quelle doit être la somme de la longueur et de la largeur?

2^e indice - Quelle peut être la longueur maximale d'un côté?


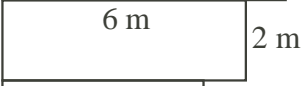
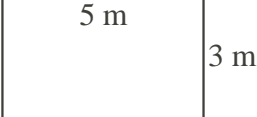
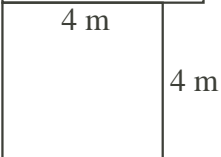
3^e indice - Comment l'aire est-elle reliée à la longueur et à la largeur?

Partie c)

1^{er} indice - D'à peu près combien d'espace un chien aurait-il besoin pour se retourner?

Solution

- a) Un périmètre de 16 m indique que la largeur et la longueur ont une somme de 8 m. Voici donc les formes possibles de l'enclos, de même que la longueur, la largeur et l'aire correspondantes:

Enclos possibles	Longueur (m)	Largeur (m)	Aire (mètres carrés)
	7	1	7
	6	2	12
	5	3	15
	4	4	16

- b) D'après la partie a), on voit que la plus grande aire correspond aux dimensions de 4 m sur 4 m. Cet enclos a la forme d'un carré, tandis que les autres sont des rectangles non carrés.
- c) Pour permettre au chien de se retourner aisément, il semble raisonnable que l'enclos ait une largeur d'au moins 2 m. Donc, Mélanie devrait choisir l'enclos de 2 m sur 6 m.

d) Si Mélanie a 36 m de clôture, la longueur et la largeur ont une somme de 18 m. Si on se fie au résultat précédent, on émet l'hypothèse que l'enclos le plus grand aura la forme d'un carré mesurant 9 m sur 9 m. Il aurait donc une aire de 81 mètres carrés. Pour vérifier cette hypothèse, on vérifie toutes les dimensions possibles:

$$1 \times 17 = 17, 2 \times 16 = 32, 3 \times 15 = 45, 4 \times 14 = 56, 5 \times 13 = 65,$$

$$6 \times 12 = 72, 7 \times 11 = 77, 8 \times 10 = 80, 9 \times 9 = 81.$$

Ces données confirment notre hypothèse que l'aire maximale possible est de 81 mètres carrés.