

Problème

Choisissez celui ou celle qui jouera en premier (Joueur 1).

a) Voici les étapes du jeu:

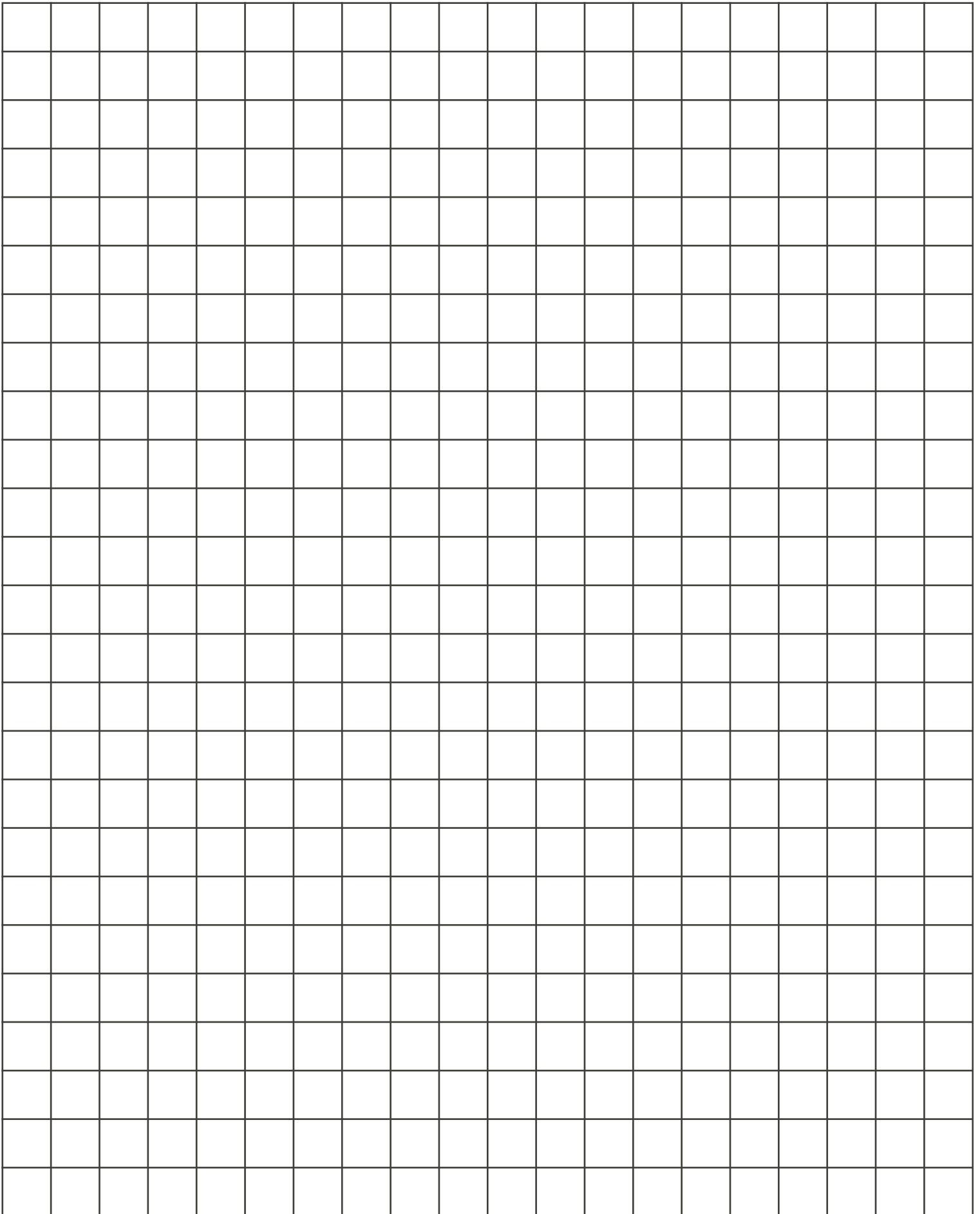
- Joueur 1: Choisis un numéro de 1 à 10 et écris-le sur une feuille de papier. Plie la feuille au milieu de manière à cacher ce numéro du Joueur 2.
- Joueur 2: Essaie de deviner le numéro caché. Tiens compte du nombre d'essais que tu as faits pour obtenir le bon numéro.
- Joueur 1: Réponds à chaque essai en disant « plus grand » ou « plus petit » pour indiquer que le nombre caché est plus grand ou plus petit que le nombre deviné par le Joueur 2.

Lorsque le Joueur 2 a bien deviné, réponds aux questions suivantes:

- (i) Combien d'essais le Joueur 2 a-t-il pris pour trouver le nombre?
- (ii) Pensez-vous que le Joueur 2 pourrait trouver le nombre en posant moins de questions? Expliquez.

Recommencez plusieurs fois, en changeant de rôle à chaque fois. À chaque fois, écrivez le nombre d'essais qui ont été utilisés pour obtenir la réponse.

- b) Répétez la partie a) en choisissant un numéro de 1 à 50.
- c) Discutez, à deux, des stratégies possibles pour minimiser le nombre d'essais qu'il faudrait pour déterminer la réponse.
- d) Recommencez la partie b) en utilisant une de ces stratégies. Avez-vous réussi à diminuer le nombre d'essais?



Indices

Partie c)

1^{er} indice - Quel numéro de 1 à 50 le Joueur 2 devrait-il choisir d'abord de manière à éliminer le plus grand nombre de possibilités?

Solution

Pour éliminer le plus grand nombre de possibilités à n'importe quelle étape, le Joueur 2 devrait toujours choisir le numéro au milieu de l'intervalle. Par exemple, si le numéro caché se trouve dans l'intervalle de 1 à 25, le Joueur 2 devrait choisir 13, car cela éliminera tous les numéros de 1 à 12 (si le Joueur 1 répond « plus grand ») ou tous les numéros de 14 à 25 (si le Joueur 1 répond « plus petit »). Dans ce dernier cas, le Joueur 2 choisirait ensuite 6 (ou 7), ce qui éliminera la moitié des possibilités, ainsi de suite.

L'efficacité de cette stratégie est plus évidente si l'intervalle du départ est grand. Si le numéro caché se trouve dans l'intervalle de 1 à 1000, le choix initial de 500 élimine tous les numéros de 501 à 1000 (si la réponse est « plus petit ») ou tous les numéros de 1 à 499 (si la réponse est « plus grand »). Dans ce dernier cas, on choisirait ensuite 750, ce qui éliminerait 250 autres numéros possibles.

Pour illustrer cette stratégie de façon plus concrète, demander à une ou un élève de choisir un nom de famille et de ne pas le dévoiler. Utiliser ensuite un annuaire téléphonique de la région comme suit: se rendre à peu près à la page du milieu, en se basant sur l'épaisseur de l'annuaire, et lire le nom au début de la page. L'élève répond « avant » ou « après » selon que le nom secret est avant ou après ce nom. Vous connaissez maintenant la moitié de l'annuaire qui contient le nom secret. Diviser cette moitié à peu près en deux moitiés et recommencer. Une fois que la page qui contient le nom secret a été isolée, répéter les mêmes étapes en utilisant l'ensemble des noms sur la page et en choisissant toujours le nom qui paraît au milieu de l'ensemble. Il est plutôt surprenant de constater la vitesse à laquelle on peut trouver le nom secret.