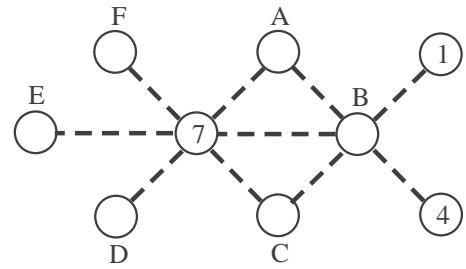


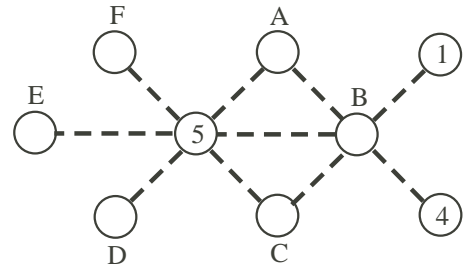
Problème

a) Dans la figure ci-contre, il y a cinq lignes. Sur chacune, on peut placer trois nombres dont la somme est égale à 18. Chacun des nombres 1, 2, 3, . . . , 9 doit être placé une fois dans un des neuf petits cercles. Trouve les nombres qui pourraient être placés dans les cercles A, B, C, D, E et F.



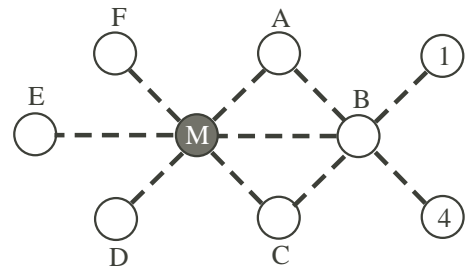
b) Compare ta solution à celles de tes camarades. Quelqu'un a-t-il obtenu une solution différente de la tienne?

c) Résous le problème en remplaçant au départ le 7 par un 5, comme dans la figure ci-contre. Qu'arrive-t-il?



Prolongement

- Explore les autres solutions possibles lorsqu'on place un autre nombre que 5 ou 7 dans le cercle ombré M. De là, prouve que la seule possibilité qui donne une solution, c'est de placer un 7 dans le cercle ombré M.



Indices

Partie a)

1^{er} indice - Quels nombres pourraient aller dans les cercles B et C?

2^e indice - Quels nombres pourraient aller dans les cercles A et D?

Partie c)

1^{er} indice - Quel nombre DOIT aller dans le cercle B?

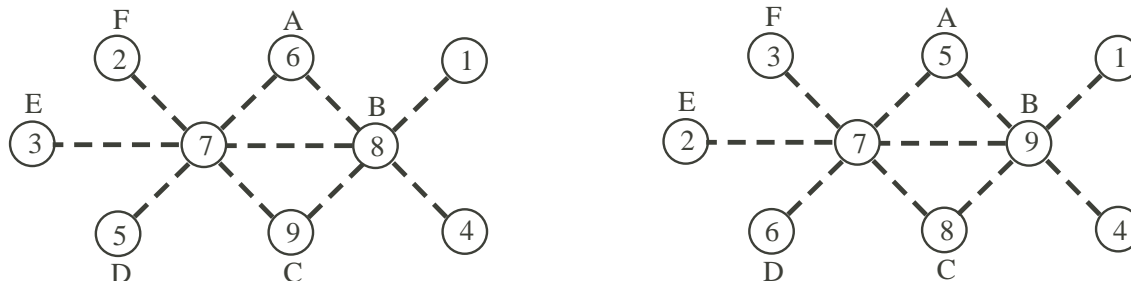
Prolongement

1^{er} indice - Essaie une des possibilités connues pour le cercle B. Que sait-on maintenant au sujet de A et de C?

2^e indice - Choisis une valeur pour le cercle entre les cercles E et B. Cette valeur est-elle bonne?

Solution

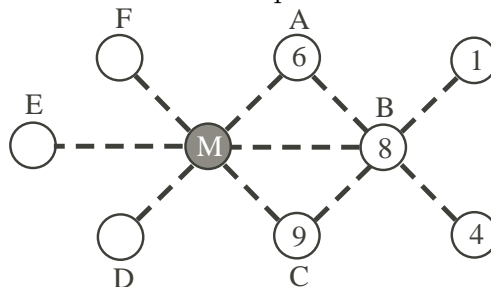
a), b) Puisque $1 + B + C = 18$, alors $B + C = 17$. Donc, il n'y a que deux nombres possibles pour le cercle B (ou pour le cercle C), soit 8 et 9. Une fois que le nombre du cercle B est choisi, les choix pour les cercles A, C et E sont fixés, ce qui détermine ensuite les choix pour les cercles D et F. Voici les deux solutions possibles:



c) Lorsqu'on remplace le 7 par un 5, il y a deux possibilités pour les trois cercles de la deuxième rangée. Si $B = 8$, on a $8 + 5 + E = 18$, ce qui veut dire que $E = 5$, mais le 5 est déjà employé. Si $B = 9$, on a $9 + 5 + E = 18$, ce qui veut dire que $E = 4$, mais le 4 est déjà employé. Donc, aucune solution n'est possible lorsqu'on remplace le 7 par un 5.

Prolongement

1. Pour montrer que 7 est la seule possibilité, il suffit de le remplacer successivement par les autres nombres. Il n'y a que deux valeurs possibles pour le nombre du cercle B, soit 8 et 9. Si $B = 8$, on utilise l'argument suivant. Voici la position initiale:



Les nombres 2, 3, 5 et 7 sont disponibles pour les quatre espaces vides. Il suffit de placer chacun de ces nombres dans le cercle M. Or, on sait déjà que $M = 7$ donne deux solutions et que $M = 5$ n'en donne aucune. Si $M = 2$, on a $B + M + E = 18$, c'est-à-dire $8 + 2 + E = 18$. Donc $E = 8$, mais le 8 est déjà employé. Si $M = 3$, on a $A + M + D = 18$, c'est-à-dire $6 + 3 + D = 18$. Donc $D = 9$, mais le 9 est déjà employé. Donc si $B = 8$, le seul nombre possible pour le cercle M est 7.

Si $B = 9$, un argument semblable prouve que le seul nombre possible pour le cercle M est 7.