Partie 2 — À l'intention de l'enseignante ou de l'enseignant

Domaines

Problème 1 - Modélisation et résolution de problèmes

Problème 2 - Sens du nombre

Problème 3 - Mesure

Problème 4 - Logique et Résolution de problèmes

Problème 5 - Modélisation et algèbre et Mesure

Problème 6 - Géométrie et sens de l'espace

Indices et suggestions

Problème 1 a)

1er indice - Si tu utilises le rouge, le bleu et le vert et que tu colories le premier cercle, en haut, en rouge, quelles couleurs dois-tu utiliser pour les cercles de la rangée suivante ?

2e indice - Une fois que les cercles des deux premières rangées ont été coloriés, est-ce que cela détermine les couleurs des trois cercles de la rangée suivante ?

Suggestion : Il peut être utile de photocopier le problème et la figure pour les élèves. Ils peuvent ainsi procéder par tâtonnements, avec crayon et gomme à effacer.

Problème 2

1er indice - Est-il possible d'écrire 9 (ou 99 ou 998) comme somme ou produit de nombres autres que 9 ?

Prolongement

1er indice - Si tu ne peux pas utiliser la multiplication, quelle autre opération pourrais-tu utiliser ?

2e indice - Par quels nombres peux-tu multiplier aisément sans calculatrice ?

Problème 3

1er indice - Combien de temps faut-il pour que la barque prenne 135 litres d'eau ?

2e indice - Combien de temps Vida mettra-t-elle pour atteindre la rive lorsque la barque avance à une vitesse de 2 km à l'heure ?

Problème 4

Suggestion : Demander aux élèves de construire un tableau, comme il est suggéré, avant d'entreprendre la résolution du problème.

1er indice - Si plus d'un témoin affirme que le chien a un pelage doux, le pelage peut-il être doux ?

2e indice - Qu'est-ce que le tableau nous dit tout de suite au sujet de la queue ?

Prolongement

1er indice - Selon les règlements, pourrait-on résoudre ce problème si les quatre descriptions étaient toutes différentes les unes des autres ?

Problème 5 a)

1er indice - Combien de nouvelles sections d'une nouvelle figure proviennent du carré intérieur de la figure précédente ?

Problème 5 b)

1er indice - Combien de petits triangles de la troisième figure pourrait-on placer dans un des grands triangles ?

Problème 5 c)

1er indice - Si chaque carré du quadrillage représente une unité carrée d'aire, quelle est l'aire du grand carré ?

2e indice - Quelle est l'aire d'un des plus petits triangles ?

Problème 5 d)

Suggestion : Il peut être utile d'utiliser un tableau pour faire voir des régularités. Il peut contenir une colonne par figure ; la première ligne peut représenter le nombre de sections et la deuxième peut représenter l'aire du plus petit triangle dans la figure.

Problème 6 a)

1er indice - Comment t'y prendrais-tu pour que la section soit un triangle ?

2e indice - Y a-t-il des sections qui ont 4 côtés, mais qui ne sont PAS des rectangles ?

3e indice - Est-il possible d'obtenir une section tout en traversant cinq faces du cube ? En traversant six faces ?

Problème 6 b)

1er indice - Y a-t-il des sections du prisme à base rectangulaire qui sont identiques à des sections du cube ? Y en a-t-il qui sont différentes ?

Problème 6 c), d)

1er indice - Peut-on obtenir une section le la sphère (du cylindre) qui est un polygone ?

Problème 6 e)

1er indice - Est-il possible d'obtenir une section tout en traversant quatre faces du prisme ?

2e indice - Est-il possible de couper de biais de manière que la section traverse les cinq faces du prisme ?

Prolongement

1er indice - Y a-t-il des sections de la sphère qui ne sont PAS des cercles ?

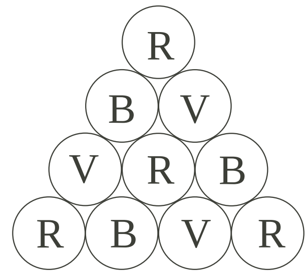
2e indice - Est-il possible de couper la pyramide de manière que la section traverse les quatre faces de la pyramide ?

3e indice - Y a-t-il des sections du cône qui sont des polygones ?

Solutions

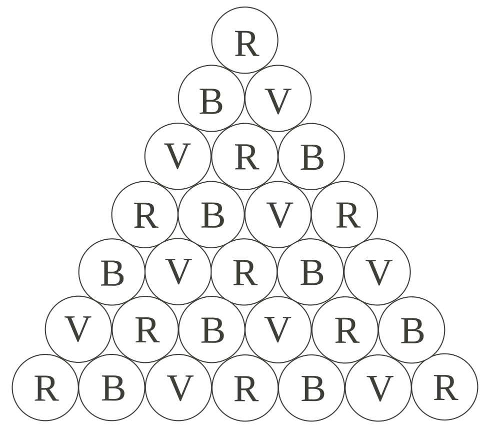
Problème 1

a) Supposons que l'on utilise le rouge (R), le bleu (B) et le vert (V) comme couleurs. Une solution est présentée ci-contre. On peut obtenir d'autres solutions en changeant les couleurs l'une pour l'autre (p. ex., on peut remplacer R par B, B par V et V par R).



b), c), d) On utilise la figure ci-contre pour remplir le tableau :

N^{bre} de rangées	N^{bre} de cercles	N^{bre} de cercles R	N^{bre} de cercles B	N^{bre} de cercles V
2	3	1	1	1
3	6	2	2	2
4	10	4	3	3
5	15	5	5	5
6	21	7	7	7
7	28	10	9	9



On voit qu'il y a un nombre égal de cercles de chaque couleur lorsque le nombre total de cercles est divisible par 3. S'il y a 8 rangées, le nombre total de cercles est égal à 36 $(28+8)$, qui est divisible par 3. S'il y a 9 rangées, le nombre total de cercles est égal à 45 $(36+9)$, qui est divisible par 3. S'il y a 10 rangées, le nombre total de cercles est égal à 55 $(45+10)$, qui n'est pas divisible par 3. Donc, le premier nombre de rangées supérieur à 7 où il n'y a PAS le même nombre de cercles de chaque couleur est 10.

Problème 2

Les réponses vont varier. Voici quelques réponses possibles :

a) Pour 9×23 : $3 \times 3 \times 23$ ou $(7+2) \times 23$ ou $(5+4) \times 23$

b) Pour 6×99 : $6 \times 3 \times 3 \times 11$ ou $6 \times (88+11)$ ou $2 \times 27 \times 11$

c) Pour 11×998 : $11 \times (610+388)$ ou $11 \times (120+878)$ ou $11 \times 2 \times (321+178)$

d) Pour 9×750 : $3 \times 3 \times 3 \times 250$ ou 270×25 ou $6 \times 3 \times 375$

Prolongement

Sans la touche $\times$, on doit utiliser les touches $+$, $-$ ou $\div$. Voici quelques réponses possibles.

a) Pour 9×23 : $230 - 23$ (car $9 \times 23 = 10 \times 23 - 1 \times 23$)

b) Pour 6×99 : $600 - 6$ (car $6 \times 99 = 6 \times (100-1)$)

c) Pour 11×998 : $11\,000 - 22$ (car $11 \times 998 = 11 \times (1000-2)$)

d) Pour 9×750 : $7500 - 750$ (car $9 \times 750 = (10-1) \times 750$)

Problème 3

On calcule la distance parcourue et la quantité d'eau dans la barque à toutes les 30 minutes et on consigne les résultats dans un tableau. Puisque Vida fait avancer la barque à une vitesse de 2 kilomètres par heure, la barque avance de 1 kilomètre (ou 1000 m) à toutes les 30 minutes. Puisque Vida vide l'eau au taux de 1,5 litre par minute, il y a $30 \times 1{,}5$ litres, ou 45 litres d'eau qui est vidée à toutes les 30 minutes. Puisque l'eau pénètre dans la barque au taux de 3 litres par minute, la barque prend 90 litres par 30 minutes.

Temps (heures)	Distance (kilomètres)	Quantité d'eau entrée (litres)	Quantité d'eau sortie (litres)	Quantité d'eau dans la barque (litres)
$\frac{1}{2}$	1	90	45	45
1	2	180	90	90
$1\frac{1}{2}$	3	270	135	135
2	4	360	180	180

D'après le tableau, on voit que :

a) La barque coule lorsqu'elle a pris 135 litres d'eau, soit après 90 minutes. La barque a avancé de 3000 m (3 km). Donc, Vida ne peut atteindre la rive à temps.

b) Vida est à 4 km de la rive au départ. Puisque sa barque avance de 3 km, la barque est à 1 km de la rive lorsqu'elle coule.

c) Si Vida était à 3 km de la rive lorsque la barque se met à prendre de l'eau, elle atteindra la rive juste au moment où la barque coule. Espérons que l'eau n'y est pas profonde !

Problème 4

Le tableau suivant contient les attributs :

Témoin	Couleur du chien	Pelage	Couleur du collet	Queue
Daniel	blanc [4]	doux	rouge	longue
Karine	noir	court [3]	rouge	longue
Max	brun	long et soyeux	bleu [2]	longue
Emma	tacheté	doux	rouge	courte [1]

On raisonne dans l'ordre suggéré par les numéros indiqués dans le tableau. On voit que la queue du chien doit être courte, puisque le détail fourni par Emma est unique. On voit aussi que le collet doit être bleu, puisque le détail fourni par Max est unique. Puisque chaque témoin ne fournit qu'un seul détail correct, les réponses de Max et d'Emma, quant au pelage, doivent être incorrectes. Donc, le pelage n'est pas doux, ni long et soyeux. Il doit donc être court. Puisque Karine, Max et Emma ont chacun fourni un détail correct, le détail fourni par Daniel, quant à la couleur du chien, doit être correct. Donc, le chien doit être blanc.

Le chien coupable est blanc, il a un pelage court, il porte un collet bleu et sa queue est courte.

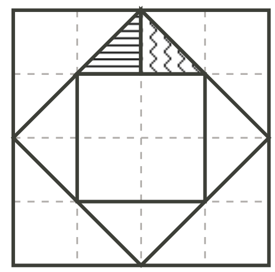
Prolongement : Les réponses vont varier.

Suggestion : Demander aux élèves d'afficher leurs quatre descriptions et pour chaque liste de descriptions, animer un échange avec la classe pour connaître le raisonnement qui mènera à la solution. Si une liste de descriptions ne mène pas à une solution unique, demander aux élèves d'expliquer pourquoi.

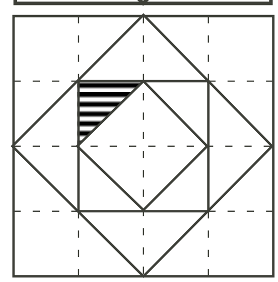
Problème 5

a) La figure 1 a 1 section, la figure 2 est décomposée en 5 sections et la figure 3 est décomposée en 9 sections. Pour passer d'une figure à la suivante, le plus petit carré d'une figure est divisé pour former un plus petit carré et quatre triangles. À chaque figure, il y a donc 4 sections de plus. Les nombres de sections forment donc la suite 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, ... D'après la suite, la 11e figure aura 41 sections.

b) On considère que chacun des 16 carrés du quadrillage a une aire de 1 unité carrée. Donc, le grand carré initial a une aire de 16 unités carrées. Le petit triangle hachuré représente la moitié d'un petit carré du quadrillage. Il a donc une aire de $\frac{1}{2}$. Donc, chacun des petits triangles de la troisième figure a une aire de 1, soit $\frac{1}{16}$ de l'aire du grand carré.



c) La quatrième figure, ci-contre, indique que les petits triangles ont chacun une aire de $\frac{1}{2}$ unité carrée, soit $\frac{1}{32}$ de l'aire du grand carré.



d) À chaque nouvelle figure, l'aire du plus petit triangle est la moitié de l'aire du plus petit triangle de la figure précédente. L'aire du plus petit triangle, comme fraction de l'aire du grand carré, correspond donc à la suite suivante :

$$0, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512}, \frac{1}{1024}, \ldots$$

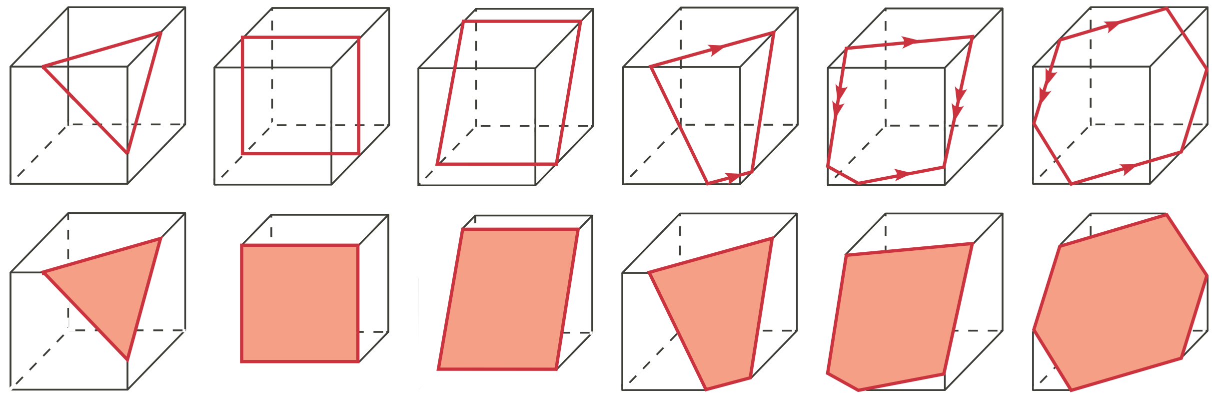
Donc, les plus petits triangles de la 9e figure ont une aire qui est $\frac{1}{1024}$ de l'aire du grand carré.

Le tableau suivant résume les résultats précédents.

Figure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre de sections	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41
Aire du plus petit triangle comme fraction de l'aire du grand carré	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{2048}$	$\frac{1}{4096}$

Problème 6

a) Sections possibles du cube (on peut les obtenir en tranchant ailleurs) :

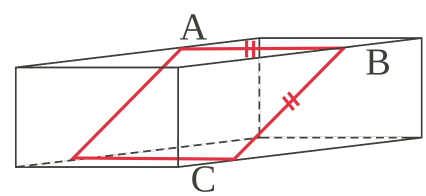


triangle | carré | rectangle | trapèze | pentagone | hexagone

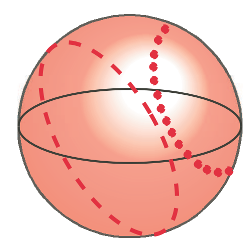
Suggestions

1. Demander aux élèves de montrer leurs sections et créer une liste au tableau. Il s'agit d'une excellente occasion pour revoir les polygones. On peut aussi raffiner les résultats en obtenant, par exemple, un triangle équilatéral, isocèle ou scalène. On peut discuter de ce qui arrive aux polygones obtenus lorsqu'on fait tourner la tranche ou si on la fait pencher.
2. Questions possibles pour une discussion en classe :
   - Est-il possible d'obtenir une section qui a plus de six côtés ?
   - Comment peut-on obtenir un triangle équilatéral (ou isocèle) comme section ?
   - Peut-on obtenir un hexagone régulier comme section ?
   - Peut-on obtenir un pentagone régulier comme section ?

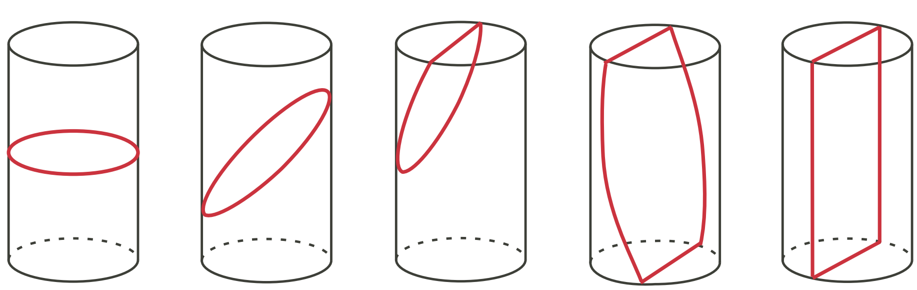
b) Les sections d'un prisme à base rectangulaire sont du même type que celles du cube. Pour obtenir un carré, il faut trancher à un angle tel que BC aura la même longueur que AB. Cela suppose que le prisme est suffisamment long pour le permettre.



c) Toutes les sections d'une sphère sont des cercles. Dans la figure ci-contre, on voit une section diamétrale (dont le centre est le centre de la sphère, ligne **pleine** à l'horizontale) et deux sections non diamétrales (ligne **pointillée** et ligne **à tirets**).

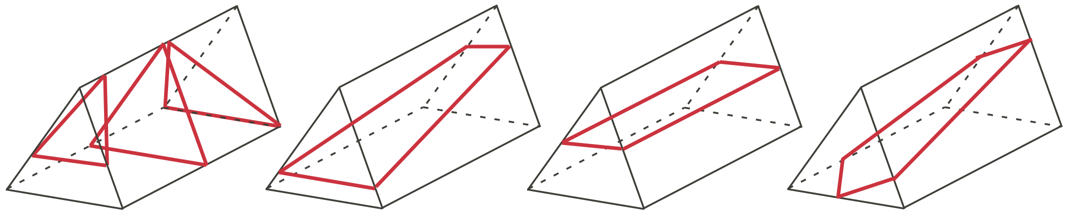


d) Sections d'un cylindre :



Cercle | ovale (ellipse) | ovale tronquée | ovale tronquée aux deux bouts | Rectangle

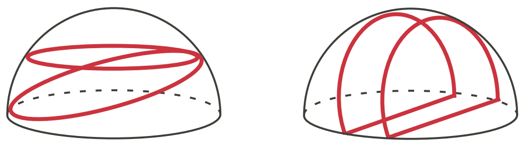
e) Sections d'un prisme à base triangulaire :



triangle trapèze rectangle pentagone

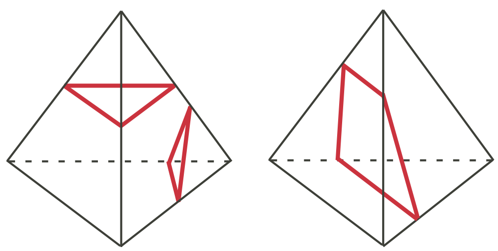
Prolongement

1. Sections d'un hémisphère :



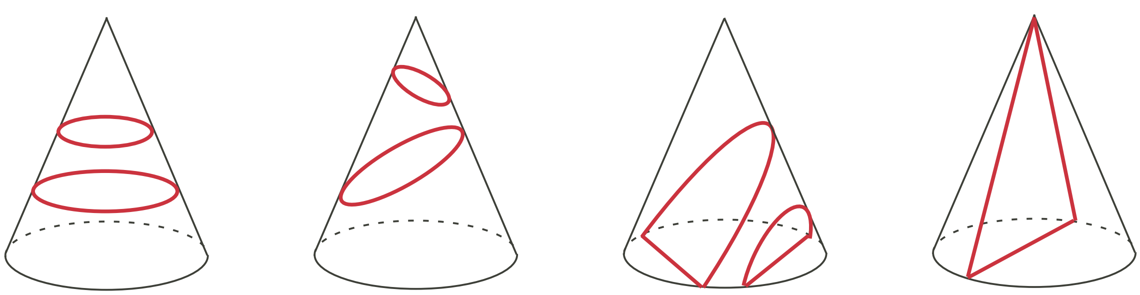
cercle cercle tronqué

2. Sections d'une pyramide à base triangulaire :



triangle trapèze

3. Sections d'un cône :



cercle ovale (ellipse) ovales tronquées triangle

Remarque : L'adresse suivante donne les sections de plusieurs solides :
http ://www.learner.org/courses/learningmath/geometry/session9/