

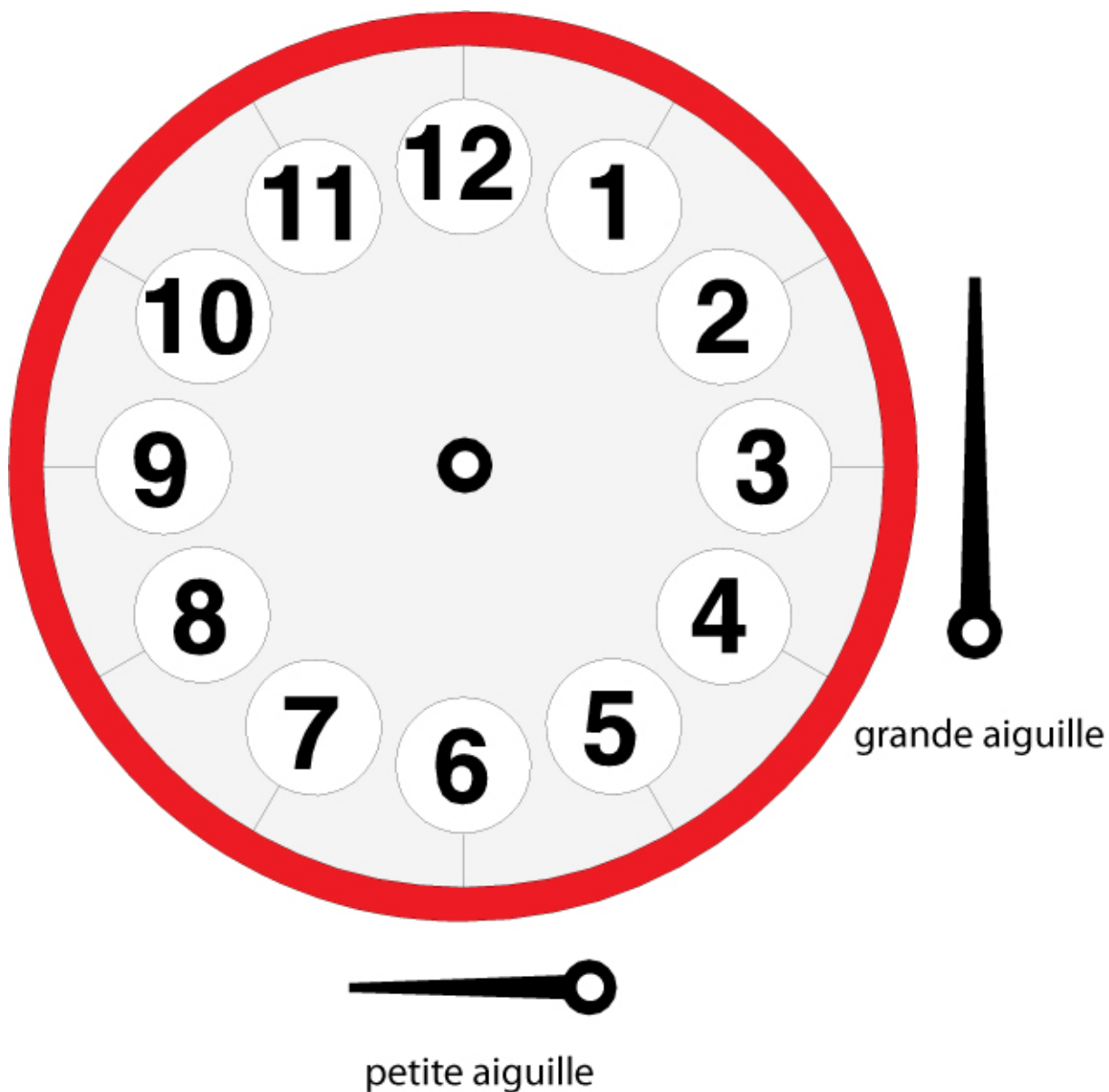
Problème

(Pour des groupes de 2 élèves ou plus)

Le père de Sarah lui offre le choix d'une allocation de 1,00 \$ à chaque fois que les aiguilles de sa montre forment un angle droit entre minuit et midi OU de 2,00 \$ à chaque fois que les aiguilles forment un angle de 180° . Sarah choisit la première option. Explique pourquoi elle a raison (ou pourquoi elle a tort).



Voici un outil utile pour t'aider. Place la feuille suivante sur un morceau de carton. Découpe les aiguilles pour la montre et utilise une punaise pour les placer au milieu de la montre, tout en fixant la feuille contre le carton.



Indices

1^{er} indice - Combien de fois les aiguilles forment-elles un angle de 90° entre minuit et 1 h 00? Entre 5 h 00 et 6 h 00?

2^e indice - Combien de fois les aiguilles forment-elles un angle de 90° entre 2 h 00 et 4 h 00?

Suggestions

1. Demander aux élèves de créer une montre en suivant les directives sur leur feuille. Ils auront besoin d'un carton ou d'un liège pour manipuler les aiguilles facilement.
2. Si les élèves ont accès à Internet, l'adresse suivante leur donne accès à la National Library of Virtual Manipulatives, qui leur offre un manipulatif virtuel d'une montre:
http://nlvm.usu.edu/en/nav/frames_asid_316_g_2_t_4.html?from=category_g_2_t_4.html

Solution

Pour déterminer si Sarah a raison, il faut déterminer combien de fois les aiguilles forment un angle droit (c.-à-d. un angle de 90°) et combien de fois elles forment un angle plat (c.-à-d. un angle de 180°).

De façon générale, les aiguilles forment un angle droit deux fois par heure. Les quatre figures suivantes indiquent les deux positions qui donnent un angle droit entre minuit et 1 h 00 et les deux positions qui donnent un angle droit entre 5 h 00 et 6 h 00.



Entre 0 h 15
et 0 h 20



Entre 0 h 45
et 0 h 50



Entre 5 h 10
et 5 h 15

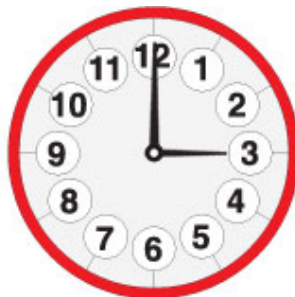


Entre 5 h 40
et 5 h 45

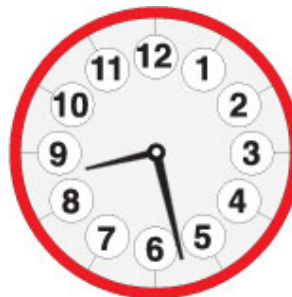
Cela se produit dans chaque intervalle d'une heure, de minuit à midi, à l'exception de l'intervalle entre 2 h 00 et 3 h 00 et de l'intervalle entre 8 h 00 et 9 h 00. Dans ces deux intervalles, le deuxième angle droit est formé SUR l'heure et cela coïncide avec le premier angle droit de l'intervalle suivant.



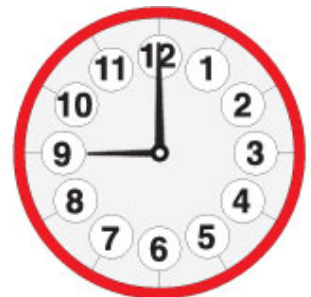
Entre 2 h 25
et 2 h 30



À 3 h



Entre 8 h 25
et 8 h 30



À 9 h

Donc, de minuit à midi, il y a 10 intervalles d'une heure dans lesquels les aiguilles forment deux fois un angle droit et 2 intervalles d'une heure dans lesquels elles forment une fois un angle droit. Elles forment donc un angle droit 22 fois, car $10 \times 2 + 2 = 22$.

De façon générale, les aiguilles forment un angle de 180° une fois par heure. Par exemple, entre minuit et 1 h 00, elles forment un angle de 180° à un certain moment entre 0 h 30 et 0 h 35; entre 2 h 00 et 3 h 00, elles forment un angle de 180° à un certain moment entre 2 h 40 et 2 h 45; entre 8 h 00 et 9 h 00, cela se produit à un certain moment entre 8 h 10 et 8 h 15, ainsi de suite. Il y a une exception: entre 5 h 00 et 7 h 00, cela se produit une seule fois dans l'intervalle de 2 heures, soit à 6 h 00. Donc, entre minuit et midi, les aiguilles forment 11 fois un angle de 180° .

On conclut que Sarah recevrait un total de 22 \$ (22×1 \$) si elle choisissait les angles droits et un total de 22 \$ (11×2 \$) si elle choisissait les angles plats. Les deux choix lui donneraient la même allocation.