Problème

Hamed a une paire de dés (des cubes avec des nombres inscrits sur leurs faces). Les nombres impairs 1, 3, 5, 7, 9 et 11 paraissent sur les faces du premier dé et les nombres pairs 2, 4, 6, 8, 10 et 12 paraissent sur les faces du deuxième.

a) S'il jette les deux dés et qu'il additionne les deux nombres sur les faces supérieures:

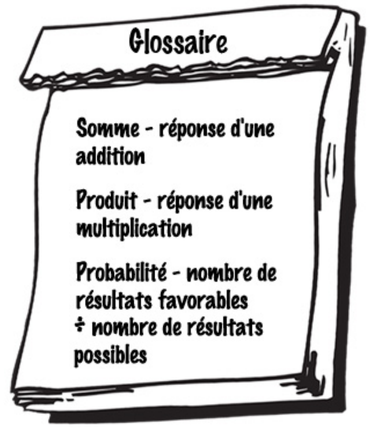
(i) quelle est la probabilité pour que la somme soit *impaire*?

(ii) quelle est la probabilité pour que la somme soit inférieure à 15?

b) S'il multiplie les deux nombres au lieu de les additionner:

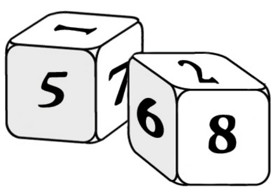
(i) quelle est la probabilité pour que le produit soit *impair*?

(ii) quelle est la probabilité pour que le produit soit égal à 18?



Nombres sur chaque dé:

1er dé	1	3	5	7	9	11
2^{e} dé	2	4	6	8	10	12



Prolongement

1. Hamed et Bianca jouent à un jeu dans lequel chacun jette les deux dés à tour de rôle. Hamed obtient un point si, après son jet, le nombre sur un dé est un diviseur du nombre sur l'autre dé (c'est-à-dire qu'il y a un reste de 0 après la division). Bianca obtient un point si, après avoir additionné les deux nombres sur les dés qu'elle a jetés, la somme des chiffres de la réponse est divisible par 4. (Par exemple, si elle obtient un 6 et un 11, elle additionne pour obtenir 17 et la somme des chiffres de 17 est égale à 8 $(1 + 7 = 8)$. Puisque 8 est divisible par 4, elle obtient un point. Par contre, si elle obtient un 3 et un 8, elle additionne pour obtenir 11 et la somme des chiffres de 11 est égale à 2 $(1 + 1 = 2)$. Puisque 2 n'est pas divisible par 4, elle n'obtient aucun point.) Ce jeu est-il juste (c'est-à-dire est-ce que Hamed et Bianca ont des chances égales de gagner)?

Indices

Partie a)

1er indice - Si on additionne un nombre pair et un nombre impair, la somme est-elle paire ou impaire?

2^{e} indice - Combien de sommes sont possibles lorsqu'on jette deux dés?

Partie b)

1er indice - Si on multiplie un nombre du premier dé et un nombre du deuxième, quelle sorte de nombre obtient-on comme produit?

2^{e} indice - Combien de produits sont possibles lorsqu'on jette deux dés?

Suggestion: Dans les parties a)(ii) et b)(ii), il peut être utile d'utiliser un arbre pour obtenir tous les résultats possibles.

Solution

Voici les numéros possibles du 1er dé et du 2^{e} dé:

1er dé	1	3	5	7	9	11
2^{e} dé	2	4	6	8	10	12

a) Hamed jette les deux dés et il additionne les deux nombres:

(i) La somme des deux nombres sera toujours impaire, puisque la somme d'un nombre impair et d'un nombre pair est toujours impaire. Il y a 36 résultats possibles. En effet, pour chacune des 6 valeurs possibles du 1er dé, il y a 6 valeurs possibles du 2^{e} dé. La probabilité est égale à $\frac{36}{36}$, ou 1 (c.-à-d. qu'il s'agit d'un évènement certain).

(ii) Le tableau suivant indique les sommes possibles:

2^{e} dé 1er dé	1	3	5	7	9	11
2	3	5	7	9	11	13
4	5	7	9	11	13	15
6	7	9	11	13	15	17
8	9	11	13	15	17	19
10	11	13	15	17	19	21
12	13	15	17	19	21	23

Donc, le nombre de résultats favorables est égal à $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6$, ou 21. Il y a 36 résultats possibles. Donc, la probabilité pour que la somme soit inférieure à 15 est égale à $\frac{21}{36}$, ou $\frac{7}{12}$.

Remarque pour l'enseignante ou l'enseignant: Les élèves peuvent aussi utiliser un arbre pour présenter les résultats possibles.

b) Hamed jette les deux dés et il multiplie les deux nombres:

(i) Puisque le produit d'un nombre pair et d'un nombre impair est toujors pair, le nombre de résultats favorables est égal à 0. La probabilité pour que le produit soit impair est égal à $\frac{0}{36}$, ou 0.

(ii) Il y a 2 façons d'obtenir un produit de 18, soit 3×6 et 9×2. Il y a donc 2 résultats favorables. La probabilité d'obtenir un produit de 18 est égale à $\frac{2}{36}$, ou $\frac{1}{18}$.

Prolongement

1. (Hamed) Un nombre impair ne peut pas être divisible par un nombre pair. Il suffit donc de considérer les nombres pairs qui sont divisibles par des nombres impairs.
   - 2, 4, 6, 8, 10 et 12 sont divisibles par 1 ($2 \div 1 = 2$, $4 \div 1 = 4$, ..., $12 \div 1 = 12$); 6 résultats favorables;
   - 6 et 12 sont divisibles par 3 ($6 \div 3 = 2$ et $12 \div 3 = 4$); 2 résultats favorables;
   - 10 est divisible par 5 ($10 \div 5 = 2$); 1 résultat favorable.

   En tout, il y a 9 résultats favorables. Donc, la probabilité pour que Hamed compte un point est égale à $\frac{9}{36}$, ou $\frac{1}{4}$.

   (Bianca) On considère le tableau des sommes possibles dans la solution de la partie a) (ii). On voit que les seules sommes dont la somme des chiffres est divisible par 4 sont 13 ($1 + 3 = 4$) et

17 ($1 + 7 = 8$). Or, 6 des résultats possibles ont une somme de 13 et 4 des résultats possibles ont une somme de 17, pour un total de 10 résultats favorables. Donc, la probabilité pour que Bianca compte un point est égale à $\frac{10}{36}$, ou $\frac{5}{18}$.

Conclusion: Le jeu n'est pas juste, puisque Bianca a plus de chances de gagner que Hamed.