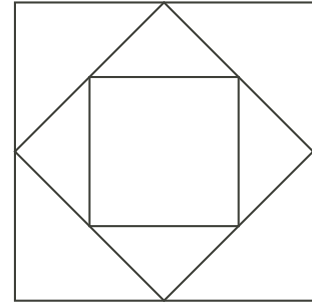
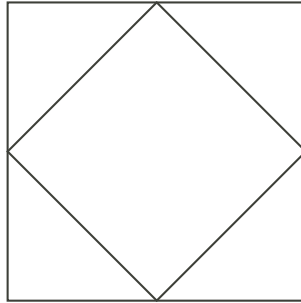
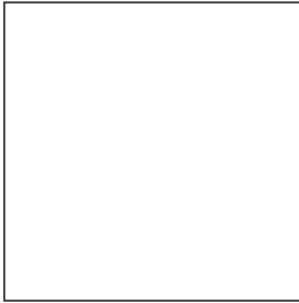
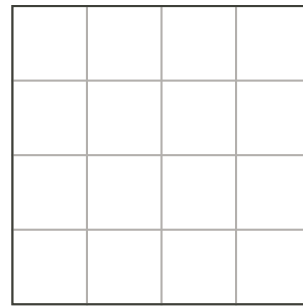


Problème

- a) Compte le nombre de sections dans chacune des figures suivantes. Si on poursuit la régularité, quelle figure aura 41 sections?



- b) Dans la deuxième figure, l'aire de chaque triangle est $\frac{1}{8}$ de l'aire du grand carré. Dans la troisième figure, il y a des grands et des petits triangles. L'aire de chacun des petits triangles est quelle fraction de l'aire du grand carré?
- c) Trace la quatrième figure de la suite dans le carré quadrillé ci-dessous à droite. L'aire des plus petits triangles de cette figure est égale à quelle fraction de l'aire du grand carré?



- d) Quelle est la figure dont l'aire des plus petits triangles est $\frac{1}{1024}$ de l'aire du grand carré?

Indices

Partie a)

1^{er} indice - Combien de nouvelles sections d'une nouvelle figure proviennent du carré intérieur de la figure précédente?

Partie b)

1^{er} indice - Combien de petits triangles de la troisième figure pourrait-on placer dans un des grands triangles?

Partie c)

1^{er} indice - Si chaque carré du quadrillage représente une unité carrée d'aire, quelle est l'aire du grand carré?

2^e indice - Quelle est l'aire d'un des plus petits triangles?

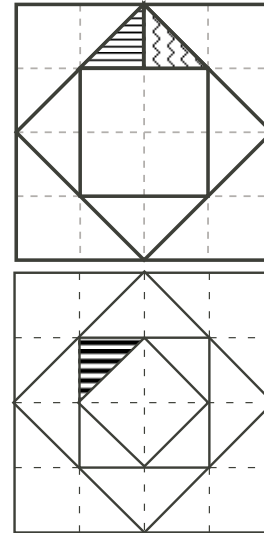
Partie 5 d)

Suggestion: Il peut être utile d'utiliser un tableau pour faire voir des régularités. Il peut contenir une colonne par figure; la première ligne peut représenter le nombre de sections et la deuxième peut représenter l'aire du plus petit triangle dans la figure.

Solution

a) La figure 1 a 1 section, la figure 2 est décomposée en 5 sections et la figure 3 est décomposée en 9 sections. Pour passer d'une figure à la suivante, le plus petit carré d'une figure est divisé pour former un plus petit carré et quatre triangles. À chaque figure, il y a donc 4 sections de plus. Les nombres de sections forment donc la suite 1, 5, 9, 13, 17, 21, 25, 29, 33, 37, 41, ... D'après la suite, la 11^e figure aura 41 sections.

b) On considère que chacun des 16 carrés du quadrillage a une aire de 1 unité carrée. Donc, le grand carré initial a une aire de 16 unités carrées. Le petit triangle hachuré représente la moitié d'un petit carré du quadrillage. Il a donc une aire de $\frac{1}{2}$. Donc, chacun des petits triangles de la troisième figure a une aire de 1, soit $\frac{1}{16}$ de l'aire du grand carré.



c) La quatrième figure, ci-contre, indique que les petits triangles ont chacun une aire de $\frac{1}{2}$ unité carrée, soit $\frac{1}{32}$ de l'aire du grand carré.

d) À chaque nouvelle figure, l'aire du plus petit triangle est la moitié de l'aire du plus petit triangle de la figure précédente. L'aire du plus petit triangle, comme fraction de l'aire du grand carré, correspond donc à la suite suivante:

$$0, \frac{1}{8}, \frac{1}{16}, \frac{1}{32}, \frac{1}{64}, \frac{1}{128}, \frac{1}{256}, \frac{1}{512}, \frac{1}{1024}, \dots$$

Donc, les plus petits triangles de la 9^e figure ont une aire qui est $\frac{1}{1024}$ de l'aire du grand carré.

Le tableau suivant résume les résultats précédents.

Figure	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Nombre de sections	1	5	9	13	17	21	25	29	33	37	41
Aire du plus petit triangle comme fraction de l'aire du grand carré	0	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{32}$	$\frac{1}{64}$	$\frac{1}{128}$	$\frac{1}{256}$	$\frac{1}{512}$	$\frac{1}{1024}$	$\frac{1}{2048}$	$\frac{1}{4096}$