

Problème

- a) Dans le petit village de Lurette, toutes les plaques d'immatriculation des voitures ont un matricule de la forme 6__8 QWL. Le tiret représente un chiffre. Combien de voitures peut-il y avoir dans ce village?
- b) Dans le village de Becville, toutes les voitures ont un matricule de la forme 648 __WL. Le tiret représente une lettre de l'alphabet. Combien de voitures peut-il y avoir dans ce village?
- c) Supposons plutôt que les voitures de Becville ont un matricule de la forme 6__ __ QW__. Combien de voitures pourraient avoir un matricule de cette forme?



Prolongements

1. Ci-dessous, on peut voir une plaque typique du Québec et une plaque typique du Nouveau-Brunswick. Si les chiffres peuvent être n'importe quels des chiffres 0, 1, ..., 9 et si les lettres peuvent être n'importe quelles des lettres A, B, C, ..., Y, Z, combien de plaques d'immatriculation est-il possible de fabriquer en utilisant trois chiffres suivis de trois lettres ou vice versa?



2. Comment ta réponse précédente changerait-elle pour les plaques du Québec si le chiffre 0 n'était pas permis comme premier des trois chiffres?
3. On peut voir ci-contre une plaque typique de l'Ontario. Comment le nombre de plaques que l'on peut fabriquer en Ontario se compare-t-il au nombre de plaques que l'on peut fabriquer au Québec ou au Nouveau-Brunswick?



Indices

1^{er} indice - c) Quel est le plus petit nombre possible de la forme 6__ __? Quel est le plus grand nombre possible de cette forme?

2^e indice - c) Pour chaque choix de deux chiffres qui suivent le 6, combien y a-t-il de choix pour la dernière lettre du matricule?

Suggestion: Une fois que les élèves constatent qu'il y a 100 choix pour les deux chiffres (soit 600, 601, 602, ..., 699), leur montrer que l'on peut penser au produit de 10×10 , car pour chacun des 10 choix du premier chiffre, il y a 10 choix pour le deuxième chiffre. Leur demander ensuite quel produit donnerait le nombre total de matricules. *Prolongement*

1^{er} indice - 1. Quel est le plus petit nombre formé par les trois chiffres? Quel est le plus grand?

2^e indice - 1. Combien de lettres y a-t-il? Combien peut-on former de paires de deux lettres de la forme A__, le tiret pouvant être rempli par n'importe quelle lettre? Combien de paires de la forme B__? Combien de paires de la forme __ __, les tirets pouvant être remplis par n'importe quelles lettres? Combien peut-on former de triplets de trois lettres de la forme __ __ __, les tirets pouvant être remplis par n'importe quelles lettres?

3^e indice - 1. Étant donné un nombre de trois chiffres, combien de triplets de trois lettres peut-on choisir pour former un matricule?

4^e indice - 2. Combien de chiffres différents peut-on placer comme premier chiffre? Quel choix donnerait le plus petit nombre de trois chiffres? Quel choix donnerait le plus grand?

5^e indice - 3. Pour chaque matricule du Nouveau-Brunswick, combien y a-t-il de matricules de l'Ontario?

Solution

- a) Puisque le tiret peut être remplacé par 10 chiffres différents, il peut y avoir 10 voitures, dans le village de Lurette, qui ont un matricule de la forme 6_8 QWL.
- b) Puisque le tiret peut être remplacé par 26 lettres différentes, il peut y avoir 26 voitures, dans le village de Becville, qui ont un matricule de la forme 648 __WL.
- c) Les deux tirets après le 6 peuvent être remplacés par n'importe quelle des 100 paires de chiffres suivantes: 00, 01, 02, 03, ..., 97, 98, 99. Dans chacun de ces 100 choix, le dernier tiret peut être remplacé par n'importe quelle des 26 lettres A, B, ..., Z. Le nombre total de choix est donc égal à 100×26 , ou 2600. Donc, 2600 voitures pourraient avoir un matricule de la forme 6__ QW_.

Prolongements

1. Les plaques des deux provinces ont un matricule de 3 chiffres et de 3 lettres. Si tous les chiffres de 0 à 9 sont admissibles, il y a 10 choix pour le premier chiffre. Pour chacun de ces 10 choix, il y a 10 choix pour le deuxième chiffre, pour un total de 100 choix. Pour chacun de ces 100 choix, il y a 10 choix pour le troisième chiffre, pour un total de 1000 choix. Il y a donc 1000 choix pour les 3 chiffres. Pour chacun de ces 1000 choix, il y a 26 choix pour la première lettre, pour un total de 26 000 choix. Pour chacun de ces 26 000 choix, il y a 26 choix pour la deuxième lettre, pour un total de 676 000 choix. Pour chacun de ces 676 000 choix, il y a 26 choix pour la troisième lettre, pour un total de 17 576 000 choix. Dans chaque province, il est donc possible de fabriquer 17 576 000 plaques différentes.
2. Si le premier chiffre ne pouvait pas être un 0, il y aurait 9 choix pour le premier chiffre. On continuerait de la même façon. Le nombre total de plaques différentes serait égal à $9 \times 10 \times 10 \times 26 \times 26 \times 26$, ou 15 818 400.
3. Pour chacune des plaques du Québec ou du Nouveau-Brunswick, la 4^e lettre d'une plaque de l'Ontario pourrait être n'importe quelle des 26 lettres de A à Z. On peut donc fabriquer 26 fois plus de plaques en Ontario qu'au Québec ou au Nouveau-Brunswick.