



Problema de la Semana

Problema D y Solución



Sigue la Sucesión

Problema

Los primeros cuatro términos de una sucesión aritmética son x , $2x$, y y $x - y - 6$, para algunos enteros x y y . ¿Cuál es el valor del término número 50 de esta sucesión?

NOTA: Una *sucesión aritmética* es una sucesión en la que cada término después del primero, se obtiene al sumar una constante al término anterior. Por ejemplo, 3, 5, 7, 9 son los primeros términos de una sucesión aritmética.

Solución

Como cada término se obtiene de sumar la misma constante al término anterior, entonces las diferencias entre parejas de términos consecutivos son iguales. Así que de los primeros tres términos podemos concluir

$$2x - x = y - 2x$$

$$x = y - 2x$$

$$3x = y$$

Ahora, podemos sustituir $y = 3x$ en el cuarto término para escribirlo en términos de x .

$$\begin{aligned}x - y - 6 &= x - 3x - 6 \\ &= -2x - 6\end{aligned}$$

Por lo tanto, en términos de x , los primeros cuatro términos son x , $2x$, $3x$ y $-2x - 6$. Sin embargo, como $2x - x = x$, la diferencia común es x , así que también podemos escribir el cuarto término como $4x$. Entonces,

$$4x = -2x - 6$$

$$6x = -6$$

$$x = -1$$

Por lo tanto, los primeros cuatro términos de la sucesión son -1 , -2 , -3 y -4 .

Para obtener el término número 50 debemos sumarle la diferencia común 49 veces al primer término, así obtenemos $-1 + 49(-1) = -50$.

Por lo tanto, el término número 50 de la sucesión es -50 .