

 (a, b)

Problema de la Semana

Problema D y Solución

Disfracción

Problema

Encuentra todas las parejas ordenadas, (a, b) , que satisfacen $\frac{a-b}{a+b} = 9$ y $\frac{ab}{a+b} = -60$.

Solución

Si en la primera ecuación, $\frac{a-b}{a+b} = 9$, multiplicamos ambos lados por $a+b$, obtenemos

$a-b = 9a+9b$ y entonces $-8a = 10b$ o $-4a = 5b$. Entonces, $a = -\frac{5}{4}b$.

Si en la segunda ecuación, $\frac{ab}{a+b} = -60$, multiplicamos ambos lados por $a+b$, obtenemos

$ab = -60a - 60b$. Sustituyendo $a = -\frac{5}{4}b$ en $ab = -60a - 60b$ obtenemos

$$\begin{aligned}ab &= -60a - 60b \\ \left(-\frac{5}{4}b\right)(b) &= -60\left(-\frac{5}{4}b\right) - 60b \\ -\frac{5}{4}b^2 &= 75b - 60b \\ -\frac{5}{4}b^2 &= 15b \\ b^2 &= -12b \\ b^2 + 12b &= 0\end{aligned}$$

Observa que $b = 0$ satisface la ecuación. Entonces $b = 0$ es una opción. Para $b \neq 0$, podemos dividir ambos lados de la ecuación entre b para obtener $b + 12 = 0$, o $b = -12$. Entonces, $b = 0$ o $b = -12$.

Si $b = 0$, entonces $a = -\frac{5}{4}(0) = 0$. Pero esto nos da un denominador de 0 en cada una de las ecuaciones originales. Por lo tanto, $b \neq 0$.

Si $b = -12$, entonces $a = -\frac{5}{4}(-12) = 15$.

Por lo tanto, la única pareja ordenada que satisface la ecuación es $(15, -12)$.