



Problema de la Semana

Problema D y Solución

Mis Tres Centavos

Problema

Adeline y Bai están jugando con tres monedas de 1 centavo y un tablero que consiste de 8 cuadros. Al inicio, los centavos se colocan en los tres cuadros de la izquierda, como se muestra en la figura:



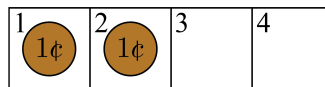
Las reglas del juego son las siguientes:

- En cada turno, el jugador debe mover un centavo, uno o más cuadros hacia la derecha.
- El centavo no puede pasar por encima de otro centavo, o terminar en el mismo cuadro que otro centavo.
- El juego termina cuando los tres centavos están en los tres cuadros de la derecha. El ganador es el último jugador en mover un centavo.

Adeline sabe que si le toca empezar, entonces siempre puede ganar el juego, sin importar que movimientos haga Bai. Describe el primer movimiento de Adeline y su estrategia ganadora.

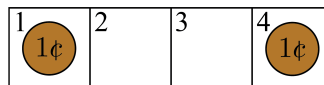
Solución

Primero, consideremos jugar el juego con dos centavos y cuatro cuadros. Numeremos los cuadros del 1 al 4, empezando por la izquierda. Los dos centavos empezarán en los cuadros 1 y 2. Llamaremos a los jugadores A y B , donde A tiene el primer turno.

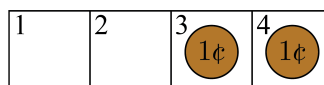


Forzosamente A debe mover el centavo en el cuadro 2 y tiene dos opciones, moverlo al cuadro 4 o al 3.

- *Opción 1:* A mueve el centavo del cuadro 2 al 4. Entonces los centavos quedarán en los cuadros 1 y 4.

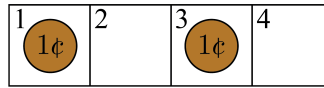


Si B mueve el centavo del cuadro 1 al 3, entonces ganará el juego, porque los centavos estarán en los cuadros 3 y 4.

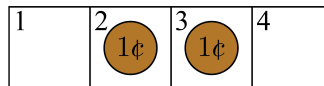




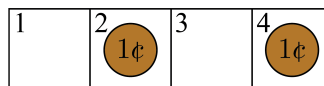
- *Opción 2:* *A* mueve el centavo del cuadro 2 al 3. Entonces los centavos quedarán en los cuadros 1 y 3.



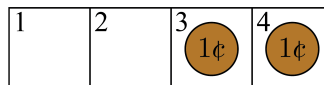
Entonces *B* tiene dos opciones, mover el centavo en el cuadro 3 o mover el centavo en el cuadro 1. Sin embargo, si *B* quiere ganar, no debe mover el centavo del cuadro 3 al 4. Ya que, de hacer eso, los centavos quedarían en los cuadros 1 y 4, y ya sabemos que en ese caso *A* puede ganar, simplemente debe mover el centavo del cuadro 1 al 3. Entonces, *B* debe mover el centavo del cuadro 1 al 2. Entonces los centavos quedarán en los cuadros 2 y 3.



A estaría forzado a mover el centavo del cuadro 3 al 4. Entonces los centavos quedarían en 2 y 4.

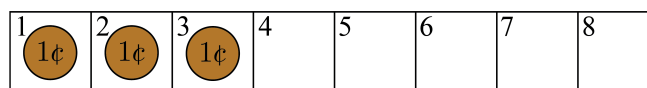


Entonces *B* movería el centavo del cuadro 2 al cuadro 3, y ganaría el juego, porque los centavos están en los cuadros 3 y 4.



En el juego con sólo dos centavos y cuatro cuadros, *B* siempre puede ganar, sin importar lo que haga *A* en sus turnos. Si observas con cuidado, te puedes dar cuenta que la estrategia ganadora de *B* es copiar el movimiento que hace *A* con el otro centavo. Los dos centavos empiezan juntos. *A* debe mover el centavo de la derecha y esto crea un espacio entre los dos centavos. En el siguiente turno, *B* puede mover el centavo de la izquierda de forma que quede pegado al centavo de la derecha. La cantidad de cuadros realmente no importa. Sin importar lo que *A* hace con el centavo de la derecha, *B* puede replicarlo con el centavo de la izquierda. *B* gana en esta versión del juego, pero en nuestro juego, *A* gana ya que tenemos un centavo más.

En nuestro juego, Adeline es *A* y los centavos empiezan en los cuadros 1, 2 y 3.



Si Adeline mueve el centavo de 3 a 8, entonces solo nos quedan los cuadros del 1 al 7 y el juego se reduce a un juego de dos centavos en 7 cuadros.



Ahora, no importa a dónde mueva Bai la moneda en el cuadro 2, Adeline puede replicar el movimiento con el centavo del cuadro 1. Esto garantiza que Adeline ganará el juego.