

## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

### Calculando el Ángulo

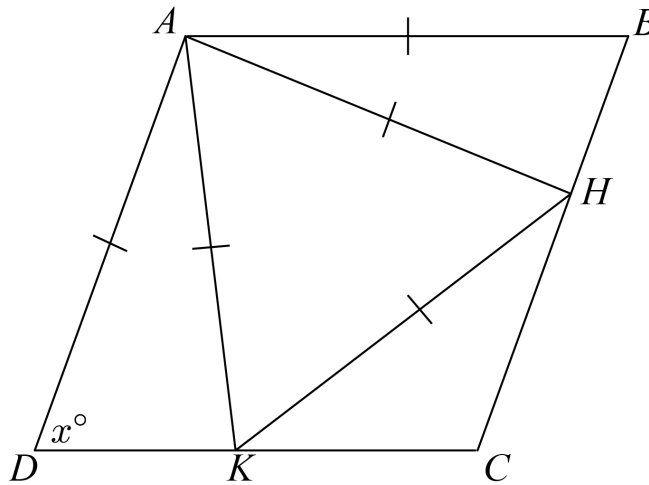
#### Problema

Carlos dibujó el rombo  $ABCD$ . Recuerda que un rombo es un cuadrilátero con lados opuestos paralelos y con los cuatro lados del mismo tamaño. En el rombo de Carlos,  $H$  está en  $BC$ , entre  $B$  y  $C$ , y  $K$  está en  $CD$  entre  $C$  y  $D$ , de forma que  $AB = AH = HK = KA$ .

Determina la medida, en grados, del ángulo  $\angle BAD$ .

#### Solución

Como  $ABCD$  es un rombo, sabemos que  $AB = BC = CD = DA$ . También sabemos que  $AB = AH = HK = KA$ . Sea  $\angle ADK = x^\circ$ .

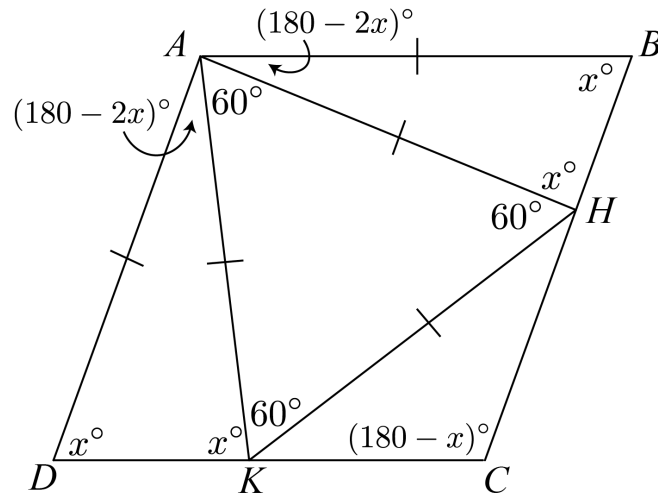


Como  $AH = HK = KA$ ,  $\triangle AHK$  es un triángulo equilátero y cada ángulo de  $\triangle AHK$  mide  $60^\circ$ . En particular,  $\angle HAK = 60^\circ$ .

En  $\triangle ADK$ ,  $AD = AK$  y entonces  $\triangle ADK$  es isósceles. Por lo tanto,  $\angle AKD = \angle ADK = x^\circ$ . Entonces  $\angle DAK = (180 - 2x)^\circ$ .

Como  $ABCD$  es un rombo,  $AB \parallel CD$  y  $\angle ADC + \angle BCD = 180^\circ$ . Se sigue que  $\angle BCD = (180 - x)^\circ$ . Pero en el rombo también tenemos que  $BC \parallel AD$  y  $\angle BCD + \angle ABC = 180^\circ$ . Por lo tanto,  $\angle ABC = 180^\circ - (180 - x)^\circ = x^\circ$ .

En  $\triangle AHB$ ,  $AH = AB$  y entonces  $\triangle AHB$  es isósceles. Por lo tanto,  $\angle AHB = \angle ABH = x^\circ$ . Entonces  $\angle BAH = (180 - 2x)^\circ$ .



Como  $ABCD$  es un rombo,  $BC \parallel AD$ , entonces

$$\begin{aligned}\angle BAD &= 180^\circ - \angle ABC \\ (180 - 2x)^\circ + 60^\circ + (180 - 2x)^\circ &= 180^\circ - x^\circ \\ (420 - 4x)^\circ &= (180 - x)^\circ \\ 240^\circ &= (3x)^\circ \\ x^\circ &= 80^\circ\end{aligned}$$

Se sigue que

$$\begin{aligned}\angle BAD &= (180 - x)^\circ \\ &= 180^\circ - 80^\circ \\ &= 100^\circ\end{aligned}$$

Por lo tanto,  $\angle BAD = 100^\circ$ .