



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

### Áreas Coloreadas

#### Problema

Chandra desea pintar un señalamiento. El señalamiento está compuesto por tres semicírculos concéntricos, que crean una banda externa, una banda intermedia y un semicírculo interno. La banda externa se divide en cinco regiones con la misma área y se pintará de azul. Cada una de esas regiones lleva una  $B$ . La banda intermedia se divide en tres regiones con la misma área y se pintará de rojo. Cada una de esas regiones lleva una  $R$ . El semicírculo interno se pintará de blanco. El diámetro del semicírculo grande es 10 m y el diámetro del semicírculo mediano es 6 m. Si la razón del área de una región con  $R$  entre el área de una región con  $B$  es  $5 : 6$ , ¿cuál es el diámetro del semicírculo interno?

#### Solución

Como el área de un círculo con radio  $r$  es  $\pi r^2$ , el área de un semicírculo con radio  $r$  es  $\frac{\pi r^2}{2}$ . El semicírculo grande tiene diámetro 10 m y entonces tiene un radio de 5 m. Por lo tanto, el área del semicírculo grande es  $\frac{\pi(5)^2}{2} = \frac{25\pi}{2}$  m<sup>2</sup>. El semicírculo mediano tiene diámetro 6 m y entonces tiene un radio de 3 m. Por lo tanto, el área del semicírculo mediano es  $\frac{\pi(3)^2}{2} = \frac{9\pi}{2}$  m<sup>2</sup>.

El área del semicírculo grande está conformada por las áreas de las 5 regiones con  $B$  más el área del semicírculo mediano. Por lo tanto,

$$\begin{aligned} 5B + \frac{9\pi}{2} &= \frac{25\pi}{2} \\ 5B &= 8\pi \\ B &= \frac{8\pi}{5} \end{aligned}$$

Como la razón del área de una región con  $R$  entre el área de una región con  $B$  es  $5 : 6$ , tenemos que  $\frac{R}{B} = \frac{5}{6}$ . Entonces,

$$\begin{aligned} R &= \frac{5B}{6} \\ &= \frac{5}{6} \left( \frac{8\pi}{5} \right) \\ &= \frac{4\pi}{3} \end{aligned}$$

Llamemos  $r$  al radio del semicírculo interno.

El área del semicírculo mediano está conformada por las áreas de las 3 regiones con  $R$  más el área del semicírculo interno. Por lo tanto,

$$\frac{9\pi}{2} = 3R + \frac{\pi r^2}{2}$$

Como  $R = \frac{4\pi}{3}$ , tenemos que

$$\frac{9\pi}{2} = 4\pi + \frac{\pi r^2}{2}$$

Por lo tanto,  $\frac{\pi}{2} = \frac{\pi r^2}{2}$  que es lo mismo que  $r^2 = 1$ . Como  $r > 0$ , entonces  $r = 1$ .

Por lo tanto, el diámetro del semicírculo pequeño es 2 m.