

Problema de la Semana

Problema D y Solución

El Rectángulo Completo

Problema

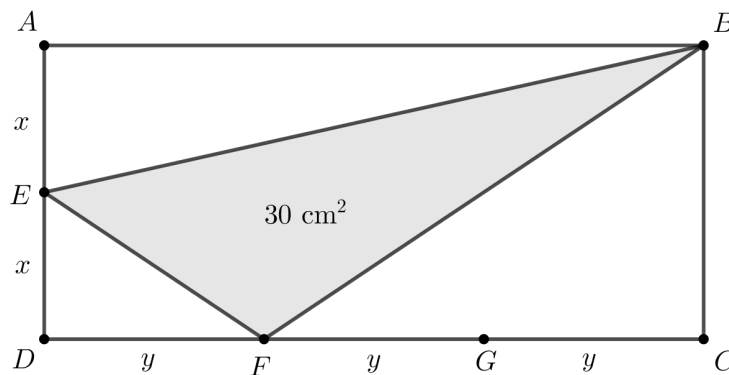
En el diagrama, $ABCD$ es un rectángulo. Los puntos F y G están sobre DC (con F más cerca de D) de tal forma que $DF = FG = GC$. Sea E el punto medio de AD .

Si el área de $\triangle BEF$ es 30 cm^2 , determina el área del rectángulo $ABCD$.

Solución

Sea $DF = FG = GC = y$. Entonces tenemos que $AB = DC = 3y$ y que $FC = 2y$.

Como E es punto medio de AD , sea $AE = ED = x$. Entonces $AD = BC = 2x$.



Haremos una ecuación que conecte el área del rectángulo con las áreas de los cuatro triángulos que están dentro del rectángulo.

$$\text{Área } ABCD = \text{Área } \triangle ABE + \text{Área } \triangle BCF + \text{Área } \triangle FDE + \text{Área } \triangle BEF$$

$$AD \times DC = \frac{AE \times AB}{2} + \frac{BC \times FC}{2} + \frac{DF \times ED}{2} + 30$$

$$(2x)(3y) = \frac{x \times 3y}{2} + \frac{2x \times 2y}{2} + \frac{y \times x}{2} + 30$$

$$6xy = \frac{3xy}{2} + 2xy + \frac{xy}{2} + 30$$

$$12xy = 3xy + 4xy + xy + 60$$

$$4xy = 60$$

$$xy = 15$$

Por lo tanto, el área del rectángulo $ABCD$ es $AD \times DC = (2x)(3y) = 6xy = 6(15) = 90 \text{ cm}^2$.