



Problema de la Semana

Problema D y Solución

Compartiendo Dulces

Problema

Diana tiene 10 dulces y quiere repartir los 10 dulces entre sus tres amigas: Victoria, Manuela y Alejandra. No es necesario que todas terminen con la misma cantidad de dulces, pero sí quiere darle al menos un dulce a cada una. ¿De cuántas maneras puede Diana distribuir los dulces entre Victoria, Manuela y Alejandra?

Solución

Sabemos que hay 10 dulces y que cada amiga debe recibir al menos un dulce. Consideraremos los siguientes casos:

1. Victoria recibe un dulce. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 1 = 9$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 8 maneras:
 $(1, 8), (2, 7), (3, 6), (4, 5), (5, 4), (6, 3), (7, 2), (8, 1)$
2. Victoria recibe dos dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 2 = 8$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 7 maneras:
 $(1, 7), (2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2), (7, 1)$
3. Victoria recibe tres dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 3 = 7$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 6 maneras:
 $(1, 6), (2, 5), (3, 4), (4, 3), (5, 2), (6, 1)$
4. Victoria recibe cuatro dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 4 = 6$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 5 maneras:
 $(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)$
5. Victoria recibe cinco dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 5 = 5$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 4 maneras: $(1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1)$.
6. Victoria recibe seis dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 6 = 4$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 3 maneras: $(1, 3), (2, 2), (3, 1)$.
7. Victoria recibe siete dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 7 = 3$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 2 maneras: $(1, 2), (2, 1)$.
8. Victoria recibe ocho dulces. Entonces Manuela y Alejandra reciben un total de $10 - 8 = 2$ dulces entre las dos. Esto se puede hacer de 1 manera: $(1, 1)$.

Observa que Victoria no puede recibir más de ocho dulces. En ese caso, una de Manuela o Alejandra no habría recibido ningún dulce.

Entonces, la cantidad total de maneras en las que Diana puede distribuir 10 dulces entre tres amigas de forma que cada una reciba al menos un dulce es $8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 36$. Esta suma se puede obtener sumando los enteros positivos entre 1 y 8. Sin embargo, también se sabe que la suma de los primeros n enteros positivos se puede calcular usando la fórmula $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. En este caso $n = 8$, así que la suma es $\frac{8(9)}{2} = 36$.