



Problema de la Semana

Problema D y Solución

¡Ring Ring!

Problema

La escuela POTW quiere crear un sistema telefónico de árbol para usar en caso de que la escuela deba cerrar por alguna emergencia. Usando un sistema telefónico de árbol, el director puede llamar como máximo a otros tres empleados, y cada uno de ellos como máximo a otros tres empleados, y así sucesivamente, hasta que todos los empleados hayan sido contactados.

Si la escuela POTW tiene 100 empleados (incluyendo al director) y usa un sistema telefónico de árbol en el cual cada empleado llama a 0, 1, 2 o 3 otros empleados, determina el máximo número de empleados que no necesitan hacer ninguna llamada.

Solución

Es importante observar que para minimizar el número de personas que llaman, necesitamos maximizar el número de llamadas hechas por aquellos que sí hacen llamadas.

Ya que el director hace las 3 llamadas iniciales, hay cuatro personas (el director y las otras 3) que tienen información. Falta contactar a $100 - 4 = 96$ personas.

Las siguientes 3 personas hacen 3 llamadas cada uno, para un total de 9 llamadas. Ahora hay 13 personas que tienen la información y aún falta contactar a 87 personas.

Las siguientes 9 personas hacen 3 llamadas cada uno, para un total de 27 llamadas. Ahora hay 40 personas que tienen la información y aún falta contactar a 60 personas.

A partir de aquí, presentaremos dos procedimientos para obtener cuántas personas deben contactar a las 60 personas restantes.

- **Procedimiento 1:** Si las siguientes 27 personas hacen 3 llamadas cada uno, resultando en un total de 81 llamadas, nos estaríamos pasando por $81 - 60 = 21$ llamadas. Esto significa que $21 \div 3 = 7$ de las 27 personas no necesitan hacer ninguna llamada. Por lo tanto, sólo $27 - 7 = 20$ personas más necesitan hacer llamadas.
- **Procedimiento 2:** Para contactar a las últimas 60 personas, sólo $60 \div 3 = 20$ personas más necesitan hacer llamadas porque cada persona llama a 3 personas.

Entonces, la cantidad total de personas que necesitan hacer llamadas es $1 + 3 + 9 + 20 = 33$.



Por lo tanto, $100 - 33 = 67$ es la mayor cantidad de empleados que no necesitan hacer ninguna llamada en el sistema telefónico de árbol.

Un sistema como este es bastante eficiente para distribuir información a un gran número de personas. Cerca de una tercera parte de los empleados deben hacer sólo 3 llamadas cada uno, mientras que cerca de dos terceras partes de los empleados no necesitan hacer ninguna llamada.