



## Problema de la Semana

### Problema D y Solución

#### Inusualmente Tarde

#### Problema

Cada día, un tren hace un viaje de Ciudad Alfa a Ciudad Beta. Aunque normalmente es puntual, en dos viajes distintos el tren se retrasó. En el primer viaje, el tren viajó a una velocidad promedio de 56 km/h y llegó 27 minutos tarde. En el segundo viaje, el tren viajó a una velocidad promedio de 54 km/h y llegó 42 minutos tarde. ¿Cuál es la distancia entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta?

#### Solución

Presentaremos tres soluciones distintas. En las tres soluciones usaremos la fórmula

$$\text{distancia} = \text{velocidad} \times \text{tiempo}$$

o equivalentemente,

$$\text{tiempo} = \frac{\text{distancia}}{\text{velocidad}}$$

#### Solución 1

Denotemos por  $t$  el tiempo, en horas, que tardó el recorrido del tren cuando llegó 27 minutos tarde. Como  $42 - 27 = 15$  minutos, entonces  $t + \frac{15}{60} = t + \frac{1}{4}$  representa el tiempo, en horas, que tardó el recorrido del tren cuando llegó 42 minutos tarde.

Para el primer viaje, la velocidad fue 56 km/h y la duración fue  $t$ , por lo tanto la distancia recorrida fue  $56t$  km.

Para el segundo viaje, la velocidad fue 54 km/h y la duración fue  $t + \frac{1}{4}$ , por lo tanto la distancia recorrida fue  $54(t + \frac{1}{4})$  km.

Como la distancia entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta siempre es la misma,

$$56t = 54(t + \frac{1}{4})$$

$$56t = 54t + \frac{27}{2}$$

$$2t = \frac{27}{2}$$

$$t = \frac{27}{4}$$

Por lo tanto, la distancia entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta es

$$56t = 56 \times \frac{27}{4} = 378 \text{ km.}$$



## Solución 2

Sea  $d$  la distancia, en km, entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta.

Para el primer viaje, la velocidad fue 56 km/h y la distancia es  $d$ , por lo tanto el tiempo de viaje fue  $\frac{d}{56}$  horas.

Para el segundo viaje, la velocidad fue 54 km/h y la distancia es  $d$ , por lo tanto el tiempo de viaje fue  $\frac{d}{54}$  horas.

Como la diferencia de tiempo entre el primer y segundo viaje fue de  $42 - 27 = 15$  minutos, es decir  $\frac{1}{4}$  de hora,

$$\begin{aligned}\frac{d}{54} - \frac{d}{56} &= \frac{1}{4} \\ \frac{56d - 54d}{(54)(56)} &= \frac{1}{4} \\ 2d &= \frac{1}{4} \times (54)(56) \\ 2d &= 756 \\ d &= 378\end{aligned}$$

Por lo tanto, la distancia entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta es 378 km.

## Solución 3

Esta solución es bastante distinta a las primeras dos soluciones.

En el primer viaje, si el tren hubiera primero viajado por 27 minutos, entonces habría completado el resto del viaje en el tiempo de viaje usual. Durante esos 27 minutos, el tren viajaría  $56 \times \frac{27}{60} = \frac{1512}{60} = 25.2$  km.

En el segundo viaje, si el tren hubiera primero viajado por 42 minutos, entonces habría completado el resto del viaje en el tiempo de viaje usual. Durante esos 42 minutos, el tren viajaría  $54 \times \frac{42}{60} = \frac{2268}{60} = 37.8$  km.

El tren más lento está  $37.8 - 25.2 = 12.6$  km por delante del tren más rápido en el momento en el que les queda el tiempo usual de viaje para terminar. El tren más rápido se acerca 2 km/h al tren más lento. Por lo tanto, al tren más rápido le tomará  $\frac{12.6}{2} = 6.3$  h alcanzar al tren lento y por lo tanto completar el viaje. En 6.3 h, el tren más rápido recorre  $56 \times 6.3 = 352.8$  km. Pero ya había recorrido 25.2 km.

Por lo tanto, la distancia total entre Ciudad Alfa y Ciudad Beta es  $25.2 + 352.8 = 378$  km.